

Rheinische Fachhochschule Köln

Casio FX-991 ES

Dipl.-Vw. Thomas Weber

	Inhaltsverzeichnis	Seite
A	Hinweise und Vorbemerkungen	3
B	Grundlegende Einstellungen und Befehle	4
C	Wirtschaftsmathematik	5
1	Lösen einer quadratischen Gleichung	5
2	Lösen einer Gleichung dritter Ordnung	6
3	Lineares Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten	6
4	Lineares Gleichungssystem mit drei Gleichungen und drei Unbekannten	7
5	Erstellen einer Wertetabelle für eine Funktion	8
6	Bestimmung von ausgewählten Funktionswerten	9
7	Steigung einer Funktion an einer ausgewählten Stelle	9
8	Lösen einer Gleichung mit dem Newton-Verfahren	10
9	Berechnung eines bestimmten Integrals	11
10	Grundlegende Rechenoperationen mit Matrizen	12
11	Wiederholte Berechnung von Marktanteilen mit Matrizen	14
12	Bestimmung eines stationären Zustandes mit Matrizen	15
13	Berechnung einer Determinante	16
14	Durchführen eines Gewinnvergleichs	16
D	Finanzmathematik	17
15	Wiederholte Berechnung des Endkapitals bei jährlicher Verzinsung	17
16	Wiederholte Berechnung der Laufzeit einer jährlichen Rente	17
17	Berechnung des internen Zinsfußes einer Zahlungsreihe	18
18	Erstellen eines Tilgungsplanes bei jährlicher Ratentilgung	19
19	Erstellen eines Tilgungsplanes bei jährlicher Annuitätentilgung	20
20	Abschreibungsplan bei geometrisch-degressiver Abschreibung	21
21	Berechnung von Kapitalwerten in Abhängigkeit vom Kalkulationszinsfuß	21
E	Statistik	22
22	Berechnung von Mittelwerten und Streuungsmaßen	22
23	Korrelationsrechnung und Bestimmung einer Regressionsgeraden	22
24	Berechnung von Permutationen und Kombinationen	25
25	Berechnung von Wahrscheinlichkeiten für die Binomialverteilung	25
26	Berechnung von Wahrscheinlichkeiten für die hypergeometrische Verteilung	26
27	Berechnung von Wahrscheinlichkeiten für die Normalverteilung	27

A Hinweise und Vorbemerkungen

Die vorliegende Anleitung zum Taschenrechner Casio FX-991ES darf nicht in Klausuren zu den Vorlesungen Wirtschaftsmathematik, Finanzmathematik und Statistik verwendet werden.

Sie ersetzt darüber hinaus auch nicht die Bedienungsanleitung des Casio FX-991ES und deren ausführlichen Anhang. Vielmehr soll sie Ihnen verdeutlichen, wie verschiedene Problemstellungen aus den Vorlesungen Wirtschaftsmathematik, Finanzmathematik und Statistik mit Hilfe des Taschenrechners gelöst werden können.

Ihnen sollte beim Durcharbeiten der folgenden Seiten klar werden, dass ein nicht unerheblicher zeitlicher Aufwand in das Verstehen eines Taschenrechners (vor allem in einen leistungsstarken Taschenrechner wie den Casio FX-991ES) investiert werden muss, um anschließend spürbaren Nutzen in Form einer deutlichen Entlastung beim Rechnen und Lösen von Aufgaben aus den einzelnen Vorlesungen zu erzielen.

Während der Klausuren in den Fächern Wirtschaftsmathematik, Finanzmathematik und Statistik werde ich keine Fragen von Studierenden beantworten, die im Zusammenhang mit der Bedienung des Taschenrechners Casio FX-991ES oder eines anderen Taschenrechners auftreten.

Natürlich können Sie in Klausuren auch einen anderen Taschenrechner als den Casio FX-991ES verwenden. Ich kann Ihnen dies jedoch nicht empfehlen, denn meiner Meinung nach ist der Casio FX-991ES der beste (weil leistungsstärkste) nicht programmierbare Taschenrechner, den man derzeit erwerben kann. Somit würden Sie mit jedem anderen Modell weniger Möglichkeiten und einen Nachteil besitzen.

Selbstverständlich kann man alle Aufgaben auch ohne den Casio FX-991ES lösen, wie Ihnen beim Durcharbeiten der verschiedenen Aufgaben klar werden sollte. Letztendlich müssen Sie selbst entscheiden, ob Sie Geld und vor allem Zeit investieren wollen, um ein optimales Hilfsmittel bei Klausuren verwenden zu können.

Als weiterführende Literatur zur Bedienung des Taschenrechners bietet sich das Buch "Mit dem Casio FX-991ES zum Abitur – Prüfungsrelevante Anwendungsaufgaben Schritt für Schritt gelöst" (3. korrigierte und erweiterte Auflage) von Martin Meyer an. Dieses Buch stellt eine Kombination zwischen einem Übungsbuch und einer Praxisanleitung für den Casio FX-991ES dar. Informationen zum Buch finden Sie auf <http://www.taschenrechnerbuch.de>.

Die vorliegende Anleitung geht einen ähnlichen Weg wie das angegebene Buch. Auch hier soll die praktische Anleitung problemorientiert anhand von Aufgaben geschehen. Lediglich der Kontext der Anwendungen ist ein anderer, da Aufgaben aus der Schulmathematik durch Fragestellungen der Wirtschaftsmathematik, Finanzmathematik und Statistik ersetzt werden.

Jedes Kapitel dieser Anleitung ist so aufgebaut, dass zunächst eine Aufgabe formuliert wird (die in den meisten Fällen aus den jeweiligen Aufgabensammlungen der Fächer Wirtschaftsmathematik, Finanzmathematik bzw. Statistik entnommen ist), anschließend detailliert die Eingabeprozedur (anhand der kompletten Tastenfolge) dargestellt wird und schließlich die Ausgabeprozedur (mit Tastenfolge und Bildschirmanzeige) beschrieben wird. An vielen Stellen runden interessante und wichtige Bemerkungen die einzelnen Kapitel ab. Zu manchen Themen habe ich mehr als eine Aufgabe und teilweise auch mehrere Lösungsmöglichkeiten dargestellt.

Sie sollten sich im eigenen Interesse die nötige Zeit nehmen, die Aufgaben dieser Anleitung im Rahmen Ihres Selbststudiums mit Hilfe des Casio FX-991ES zu lösen und anschließend Aufgaben aus den entsprechenden Kapiteln der Aufgabensammlungen auf die gleiche Weise zu lösen, damit Sie den Umgang mit dem Taschenrechner erlernen. Im Idealfall werden Sie gleichzeitig die verschiedenen Vorlesungsinhalte und die Handhabung des Taschenrechners erlernen.

B Grundlegende Einstellungen und Befehle

SHIFT	9	1	=	AC
-------	---	---	---	----

Dieser Befehl löscht alle zuvor definierten Geräteeinstellungen und setzt den Taschenrechner auf seine Werkseinstellungen zurück. Manchmal erscheint es recht hilfreich, alle Einstellungen zurück zu setzen, weil man nicht mühsam im Menü nach einzelnen Befehlen suchen muss.

SHIFT	9	3	=	AC
-------	---	---	---	----

Dieser Befehl löscht alle zuvor definierten Geräteeinstellungen, setzt den Casio FX-991ES auf seine Werkseinstellungen zurück und löscht zudem alle getätigten Eingaben in den Speicher.

SHIFT	MODE	▼	5	2
-------	------	---	---	---

Dieser Befehl garantiert, dass in der Displayanzeige jede berechnete Dezimalzahl mit Komma (Beispiel: 39,587) statt mit Punkt (Beispiel: 39.587) angegeben wird. Dies gilt jedoch nicht für die Eingabe von Dezimalzahlen. Hier muss grundsätzlich ein Punkt verwendet werden.

SHIFT	MODE	▼	4	1
-------	------	---	---	---

Durch diesen Befehl verändert sich der Umgang mit dem Statistik-Modus. Die Grundeinstellung des Taschenrechners ist derart, dass die Häufigkeitsspalte (FREQ) nicht aktiviert ist. Dies hat zur Folge, dass absolute Häufigkeiten nicht eingegeben werden können, was durch den Befehl geändert wird.

SHIFT	MODE	8	2
-------	------	---	---

Dieser Befehl erreicht, dass in der Bildschirmanzeige jede Berechnung als Dezimalzahl mit Komma angegeben wird. Damit wird verhindert, dass kleine Zahlen (Beispiel: 0,0000003456) mit Hilfe von Zehnerpotenzen mit negativen Exponenten (Beispiel: $3,456 \times 10^{-7}$) dargestellt werden. Eine solche Darstellung von Zahlen ist zwar weniger elegant, wird aber von vielen Studierenden bevorzugt und stellt auch kein Problem dar. Ich akzeptiere sowohl die wissenschaftliche Darstellung von Zahlen (Beispiel: $3,456 \times 10^{-7}$) als auch die dezimale Darstellung von Zahlen (Beispiel: 0,0000003456).

SHIFT	MODE	6	4
-------	------	---	---

Mit diesem Befehl wird erreicht, dass in der Displayanzeige jede Berechnung auf 4 Dezimalstellen gerundet dargestellt wird. Dies entspricht den Vorgaben für Klausuren. Ziemlich störend ist jedoch die Tatsache, dass ganze Zahlen (Beispiel: 27) nun auch als Dezimalzahl mit 4 Nachkommastellen (Beispiel: 27,0000) angegeben werden. Von daher eignet sich dieser Befehl vermutlich nur, wenn die berechneten Ergebnisse mehr oder weniger durchgehend keine ganzen Zahlen sind (Beispiele: Kurvendiskussion, Finanzmathematik, lineare Regression, Rechnen mit einer Binomialverteilung, hypergeometrischen Verteilung sowie Normalverteilung etc.). Im Rahmen der Finanzmathematik ist es darüber hinaus oftmals praktisch, wenn sogar die Fixierung auf 2 Dezimalstellen eingestellt wird, da 1 Cent die kleinste sinnvolle Recheneinheit ist.

MODE	1
------	---

Dieser Befehl erreicht, dass man aus einem "speziellen" Modus (Statistik-Modus, Matrizen-Modus, Gleichungen-Modus etc.) zurück in den "normalen" Modus (COMP-Modus) gelangt. Bei zahlreichen Aufgaben im Rahmen dieser Anleitung bewegen Sie sich in einem "speziellen" Modus. Möchten Sie anschließend Grundrechenarten, numerische Differentiation oder Integration, kombinatorische Berechnungen etc. durchführen, so müssen Sie diesen Befehl eingeben und können "ganz normal" rechnen. Die Standardeinstellung des Taschenrechners ist immer der COMP-Modus.

C Wirtschaftsmathematik

1 Lösen einer quadratischen Gleichung

Aufgabe 48a:

$$-0,25x^2 + 12x - 95 = 0$$

Eingabe:

MODE	5	3
------	---	---

-	0	.	2	5	=	1	2	=	-	9	5	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

=	x ₁ = 10	=	x ₂ = 38
---	---------------------	---	---------------------

Aufgabe 10d:

$$-2x^2 + 2x - 0,5 = 0$$

Eingabe:

MODE	5	3
------	---	---

-	2	=	2	=	-	0	.	5	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

=	x = 0,5
---	---------

Aufgabe 10e:

$$4x^2 - 6x + 3 = 0$$

Eingabe:

MODE	5	3
------	---	---

4	=	-	6	=	3	=
---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

=	x ₁ = 0,75 + 0,433 i	=	x ₂ = 0,75 - 0,433 i
---	---------------------------------	---	---------------------------------

Bemerkungen:

Es werden lediglich zwei komplexe Lösungen angezeigt. Das Symbol i steht dabei für die sogenannte imaginäre Zahl, die es erlaubt, Wurzeln aus negativen Zahlen zu beschreiben. Beschränkt man die Definitionsmenge der Gleichung auf $D = \mathbb{R}$, so existiert keine Lösung für die vorliegende quadratische Gleichung. Diese Konvention gilt durchgehend im Rahmen der Vorlesungen Wirtschaftsmathematik, Finanzmathematik und Statistik. Demnach werden komplexe Lösungen einfach ignoriert.

Sie lesen die obige Bildschirmanzeige also wie folgt:

L = { }

2 Lösen einer Gleichung dritter Ordnung

Aufgabe 12a:

$$6x^3 - 3x^2 - 24x + 12 = 0$$

Eingabe:

MODE	5	4
------	---	---

6	=	-	3	=	-	2	4	=	1	2	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

=	$x_1 = -2$	=	$x_2 = 0,5$	=	$x_3 = 2$
---	------------	---	-------------	---	-----------

Aufgabe 12d:

$$2x^3 - 8x^2 + 4x - 16 = 0$$

Eingabe:

MODE	5	4
------	---	---

2	=	-	8	=	4	=	-	1	6	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

=	$x_1 = 4$	=	$x_2 = 1,4142 i$	=	$x_3 = -1,4142 i$
---	-----------	---	------------------	---	-------------------

Bemerkungen:

Es werden zwei komplexe Lösungen angezeigt (siehe hierzu Aufgabe 10e aus Kapitel 1). Beschränkt man die Definitionsmenge der angegebenen Gleichung auf $D = \mathbb{R}$, so verbleibt nur eine Lösung.

Sie lesen die obige Bildschirmanzeige also wie folgt:

$x = 4$

3 Lineares Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten

Aufgabe 89:

$$\text{I. } 18x + 6y = 60$$

$$\text{II. } 6x + 4y = 28$$

Eingabe:

MODE	5	1
------	---	---

1	8	=	6	=	6	0	=
---	---	---	---	---	---	---	---

6	=	4	=	2	8	=
---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

=	$x = 2$	=	$y = 4$
---	---------	---	---------

4 Lineares Gleichungssystem mit drei Gleichungen und drei Unbekannten

Aufgabe 105e:

I. $3x + 8y - z = -10$

II. $2x + 6y + z = -3$

III. $-x + 2y + 2z = 9$

Eingabe:

MODE	5	2
------	---	---

3	=	8	=	-	1	=	-	1	0	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

2	=	6	=	1	=	-	3	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---

-	1	=	2	=	2	=	9	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

=	x = -4	=	y = 0,5	=	z = 2
---	--------	---	---------	---	-------

Aufgabe 127:

I. $30x + 40y + 20z = 29$

II. $10x + 50y + 30z = 27$

III. $60x + 10y + 50z = 44$

Eingabe:

MODE	5	2
------	---	---

3	0	=	4	0	=	2	0	=	2	9	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	0	=	5	0	=	3	0	=	2	7	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

6	0	=	1	0	=	5	0	=	4	4	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

=	x = 0,4	=	y = 0,25	=	z = 0,35
---	---------	---	----------	---	----------

Bemerkungen:

Bei beiden Beispielaufgaben handelt es sich um Fälle, in denen die linearen Gleichungssysteme eindeutig lösbar sind. Falls ein lineares Gleichungssystem nicht eindeutig lösbar ist, erscheint am Bildschirm die Anzeige "Mathematischer Fehler". Diese Situation kann natürlich auch bei linearen Gleichungssystemen mit zwei Gleichungen und zwei Unbekannten auftreten. Weder Sie (beim Eingeben der Koeffizienten) noch der Taschenrechner (beim Berechnen der Lösung) haben einen Fehler gemacht. Die "Interpretation" der Anzeige "Mathematischer Fehler" ist jedoch nicht ganz einfach, denn fehlende Eindeutigkeit der Lösung kann hier zweierlei Ursachen haben: Entweder existiert überhaupt keine Lösung des betreffenden linearen Gleichungssystems oder es existieren unendlich viele Lösungen. Letztgenannten Fall würde man gerne näher untersuchen, was mit dem Taschenrechner aber nicht möglich ist.

5 Erstellen einer Wertetabelle für eine Funktion

Aufgabe 41:

Erstellen einer Wertetabelle für die Funktion $f(x) = 0,5x^3 - 6x^2 + 17,5x$

Eingabe:

MODE	7
------	---

0	.	5	ALPHA)	x [■]	3	►	-	6	ALPHA)	x ²	+	1	7	.	5	ALPHA)	=
-	1	=	8	=	0	.	5	=												

Ausgabe:

Wertetabelle

Aufgabe 42:

Erstellen einer Wertetabelle für die Funktion $f(x) = 0,4x^4 - 1,2x^3 - 2,7x^2$

Eingabe:

MODE	7
------	---

0	.	4	ALPHA)	x [■]	4	►	-	1	.	2	ALPHA)	x [■]	3	►
-	2	.	7	ALPHA)	x ²	=	-	3	=	6	=	0	.	5	=

Ausgabe:

Wertetabelle

Aufgabe 43:

Erstellen einer Wertetabelle für die Funktion $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 9$

Eingabe:

MODE	7
------	---

2	ALPHA)	x [■]	3	►	-	3	ALPHA)	x ²	-	1	2	ALPHA)	+	9	=
-	4	=	5	=	0	.	5	=										

Ausgabe:

Wertetabelle

Bemerkungen:

Mit der Cursor-Taste können die Wertetabellen durchgeblättert werden. Mit der AC-Taste gelangt man zurück zur Eingabe des Funktionsterms und kann diesen dann editieren sowie den Startwert, Endwert und die Schrittweite der Wertetabelle ändern. Beim Eingeben des Startwertes, Endwertes und der Schrittweite hat der Taschenrechner Ihnen jeweils rechts unten im Display konkrete Werte vorgeschlagen, die Sie hätten übernehmen können. In der Regel wollen Sie das aber gar nicht.

6 Bestimmung von ausgewählten Funktionswerten

Aufgabe 42:

Bestimmung von Funktionswerten für die Funktion $f(x) = 0,4x^4 - 1,2x^3 - 2,7x^2$

Eingabe:

ALPHA	S \leftrightarrow D	ALPHA	CALC	0	.	4	ALPHA)	x \blacksquare	4	►	-	1	.	2
-------	-----------------------	-------	------	---	---	---	-------	---	------------------	---	---	---	---	---	---

ALPHA)	x \blacksquare	3	►	-	2	.	7	ALPHA)	x 2
-------	---	------------------	---	---	---	---	---	---	-------	---	--------

Ausgabe:

CALC	3	.	2	7	9	2	=	-25,0955
------	---	---	---	---	---	---	---	----------

=	-	1	.	0	2	9	2	=	-1,103
---	---	---	---	---	---	---	---	---	--------

=	2	.	0	4	9	=	-14,6081
---	---	---	---	---	---	---	----------

=	-	0	.	5	4	9	=	-0,5789
---	---	---	---	---	---	---	---	---------

7 Steigung einer Funktion an einer ausgewählten Stelle

Aufgabe 56b:

Berechnung der Steigung von $f(x) = -x^3 + 21x^2 - 99x - 80$ an der Stelle $x = 8$

Eingabe:

SHIFT	f \square .	-	ALPHA)	x \blacksquare	3	►	+	2	1	ALPHA)	x 2	-	9	9	ALPHA)
-------	---------------	---	-------	---	------------------	---	---	---	---	---	-------	---	--------	---	---	---	-------	---

-	8	0	►	8	=
---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

45

Aufgabe 36c:

Berechnung der Steigung von $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ an der Stelle $x = 2$

Eingabe:

SHIFT	f \square .	ALPHA)	x \blacksquare	3	►	-	3	ALPHA)	x 2	+	4	►	2	=
-------	---------------	-------	---	------------------	---	---	---	---	-------	---	--------	---	---	---	---	---

Ausgabe:

0

Bemerkungen:

Mit dieser Rechnung kann überprüft werden, dass an einer ausgewählten Stelle tatsächlich eine Extremstelle (Maximum oder Minimum) der Funktion vorliegt (siehe hierzu Aufgabe 36c). Eine Extremstelle lässt sich jedoch mit dieser Methode nicht bestimmen. Die Berechnung bei Aufgabe 56b zeigt, dass an der ausgewählten Stelle keine Extremstelle vorliegt und wegen der positiven Steigung ein Maximum rechts von der gewählten Stelle liegen muss.

8 Lösen einer Gleichung mit dem Newton-Verfahren

Aufgabe 12j:

$$x^5 - 5x^4 - 94x^3 + 104x^2 + 192x = 0$$

Eingabe:

ALPHA)	x [■]	5	►	-	5	ALPHA)	x [■]	4	►	-	9	4	ALPHA)	x [■]	3	►
+ 1 0 4 ALPHA) x ² - 1 9 2 ALPHA) ALPHA CALC 0																			

Ausgabe:

SHIFT	CALC	- 9 =	x ₁ = -8	= - 3 . 5 =	x ₂ = -1
= - 0 . 2 5 =	x ₃ = 0	= 1 . 5 =	x ₄ = 2	= 1 0 =	x ₅ = 12

Aufgabe 12k:

$$2x^4 - 2x^3 - 56x^2 - 40x + 96 = 0$$

Eingabe:

2 ALPHA) x [■] 4 ► - 2 ALPHA) x [■] 3 ► - 5 6 ALPHA) x ²																		
- 4 0 ALPHA) + 9 6 ALPHA CALC 0																		

Ausgabe:

SHIFT	CALC	- 5 =	x ₁ = -4	= - 2 . 5 =	x ₂ = -2													
= 0 . 5 =	x ₃ = 1	= 5 =	x ₄ = 6															

Aufgabe 14c:

$$7 + \sqrt{x+4} = 2x$$

Eingabe:

7 + √■ ALPHA) + 4 ► ALPHA CALC 2 ALPHA)																		
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Ausgabe:

SHIFT	CALC	4 =	x = 5
-------	------	-----	-------

Bemerkungen:

Der Taschenrechner löst die Gleichung durch die SOLVE-Funktion mit Hilfe des Newton-Verfahrens. Die Festlegung eines Startwertes für den Algorithmus muss dabei mehrfach verändert werden, damit schrittweise alle Lösungen der Gleichung gefunden werden. Dabei ist anzumerken: Das Newtonsche Iterationsverfahren funktioniert umso besser, je näher der Startwert an der tatsächlichen Lösung liegt. Sinnvolle Startwerte kann man einer zuvor erstellten Wertetabelle entnehmen. Bei Rechnungen mit der SOLVE-Funktion benötigt der Taschenrechner in der Regel einige Zeit, um die Lösungen der Gleichung zu ermitteln und anzuzeigen. In der Displayanzeige des Taschenrechners erscheint neben der gefundenen Lösung noch die Anzeige "L-R". Hiermit wird die Genauigkeit der gefundenen Lösung angezeigt. Der Wert "0" ist dabei optimal.

9 Berechnung eines bestimmten Integrals

Aufgabe:

Berechnung von $\int_1^2 (2x^3 + 1) dx$

Eingabe:



Ausgabe:



Aufgabe:

Berechnung von $\int_0^9 \frac{1}{(x+1)^2} dx$

Eingabe:



Ausgabe:



Aufgabe:

Berechnung von $\int_0^1 x \cdot e^x dx$

Eingabe:



Ausgabe:



Aufgabe:

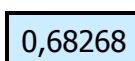
Berechnung von $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0,5x^2} dx$

Eingabe:





Ausgabe:



Bemerkungen:

Der Taschenrechner berechnet sämtliche Integrale durch die sogenannte Gauß-Kronrod-Methode der numerischen Integration. Dabei ist er nicht in der Lage, die jeweiligen Stammfunktionen der zu integrierenden Funktionen anzugeben. Die Berechnungen der Integrale benötigen in einigen Fällen recht viel Zeit.

10 Grundlegende Rechenoperationen mit Matrizen

Aufgabe:

Berechnung von $A + B$, $A \cdot B$, $A \cdot C$ und $2 \cdot B + 3 \cdot C$ mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 4 \\ 6 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 2 & -1 & -2 \\ -4 & 7 & 5 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -5 \\ -4 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Eingabe der Matrix A:

MODE	6	1	1
------	---	---	---

3	=	-	7	=	4	=	6	=	1	=	5	=	-	2	=	3	=	-	1	=	AC
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Eingabe der Matrix B:

SHIFT	4	2	2	1
-------	---	---	---	---

-	5	=	3	=	6	=	2	=	-	1	=	-	2	=	-	4	=	7	=	5	=	AC
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Eingabe der Matrix C:

SHIFT	4	2	3	1
-------	---	---	---	---

1	=	6	=	-	5	=	-	4	=	2	=	3	=	5	=	1	=	2	=	AC
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Ausgabe von $A + B$:

SHIFT	4	3	+	SHIFT	4	4	=	$\begin{pmatrix} -2 & -4 & 10 \\ 8 & 0 & 3 \\ -6 & 10 & 4 \end{pmatrix}$
-------	---	---	---	-------	---	---	---	--

Ausgabe von $A \cdot B$:

SHIFT	4	3	\times	SHIFT	4	4	=	$\begin{pmatrix} -45 & 44 & 52 \\ -48 & 52 & 59 \\ 20 & -16 & -23 \end{pmatrix}$
-------	---	---	----------	-------	---	---	---	--

Ausgabe von $A \cdot C$:

SHIFT	4	3	\times	SHIFT	4	5	=	$\begin{pmatrix} 51 & 8 & -28 \\ 27 & 43 & -17 \\ -19 & -7 & 17 \end{pmatrix}$
-------	---	---	----------	-------	---	---	---	--

Ausgabe von $2 \cdot B + 3 \cdot C$:

2	\times	SHIFT	4	4	$+$	3	\times	SHIFT	4	5	=	$\begin{pmatrix} -7 & 24 & -3 \\ -8 & 4 & 5 \\ 7 & 17 & 16 \end{pmatrix}$
---	----------	-------	---	---	-----	---	----------	-------	---	---	---	---

Aufgabe:

Berechnung von A^{-1} , $B^T \cdot A - C$, $A \cdot C^T$, $C \cdot B$ und $4 \cdot B^T - 3 \cdot C$ mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 3 & -4 & -1 \\ -5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Eingabe der Matrix A:

MODE	6	1	1
------	---	---	---

1	=	0	=	3	=	2	=	1	=	0	=	3	=	1	=	2	=	AC
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Eingabe der Matrix B:

SHIFT	4	2	2	2
-------	---	---	---	---

1	=	4	=	-	2	=	3	=	5	=	-	1	=	AC
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Eingabe der Matrix C:

SHIFT	4	2	3	4
-------	---	---	---	---

3	=	-	4	=	-	1	=	-	5	=	2	=	0	=	AC
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Ausgabe von A^{-1} :

SHIFT	4	3	x^{-1}	=	$\begin{pmatrix} -2 & -3 & 3 \\ 4 & 7 & -6 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$
-------	---	---	----------	---	---

Ausgabe von $B^T \cdot A - C$:

SHIFT	4	8	SHIFT	4	4)	\times	SHIFT	4	3	-	SHIFT	4	5	=	$\begin{pmatrix} 9 & 7 & 14 \\ 12 & 0 & 10 \end{pmatrix}$
-------	---	---	-------	---	---	---	----------	-------	---	---	---	-------	---	---	---	---

Ausgabe von $A \cdot C^T$:

SHIFT	4	3	\times	SHIFT	4	8	SHIFT	4	5)	=	$\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & -8 \\ 3 & -13 \end{pmatrix}$
-------	---	---	----------	-------	---	---	-------	---	---	---	---	---

Ausgabe von $C \cdot B$:

SHIFT	4	5	\times	SHIFT	4	4	=	$\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -9 & -14 \end{pmatrix}$
-------	---	---	----------	-------	---	---	---	---

Ausgabe von $4 \cdot B^T - 3 \cdot C$:

4	\times	SHIFT	4	8	SHIFT	4	4)	-	3	\times	SHIFT	4	5	=	$\begin{pmatrix} -5 & 4 & 23 \\ 31 & 6 & -4 \end{pmatrix}$
---	----------	-------	---	---	-------	---	---	---	---	---	----------	-------	---	---	---	--

11 Wiederholte Berechnung von Marktanteilen mit Matrizen

Aufgabe 118:

Wiederholte Berechnung von Marktanteilen mit Übergangsmatrix und Startvektor (Startmatrix)

$$A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,7 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 15 \\ 25 \\ 60 \end{pmatrix}$$

Eingabe der Matrix A:

MODE	6	1	1
------	---	---	---

0	.	6	=	0	.	1	=	0	.	1	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	.	2	=	0	.	7	=	0	.	1	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	.	2	=	0	.	2	=	0	.	8	=	AC
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Eingabe der Matrix B:

SHIFT	4	2	2	3
-------	---	---	---	---

1	5	=	2	5	=	6	0	=	AC
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Ausgabe der Marktanteile der ersten Periode:

SHIFT	4	3	x	SHIFT	4	4	=	$\begin{pmatrix} 17,5 \\ 26,5 \\ 56 \end{pmatrix}$
-------	---	---	---	-------	---	---	---	--

Ausgabe der Marktanteile der zweiten Periode:

SHIFT	4	3	x	SHIFT	4	6	=	$\begin{pmatrix} 18,75 \\ 27,65 \\ 53,6 \end{pmatrix}$
-------	---	---	---	-------	---	---	---	--

Ausgabe der Marktanteile der dritten Periode:

SHIFT	4	3	x	SHIFT	4	6	=	$\begin{pmatrix} 19,375 \\ 28,465 \\ 52,16 \end{pmatrix}$
-------	---	---	---	-------	---	---	---	---

Ausgabe der Marktanteile der vierten Periode:

SHIFT	4	3	x	SHIFT	4	6	=	$\begin{pmatrix} 19,6875 \\ 29,0165 \\ 51,296 \end{pmatrix}$
-------	---	---	---	-------	---	---	---	--

12 Bestimmung eines stationären Zustandes mit Matrizen

Aufgabe 121:

Berechnung von $A^2, A^4, A^8, A^{16}, A^{32}$, und A^{64} mit der Übergangsmatrix

$$A = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,2 \\ 0,1 & 0,7 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,6 \end{pmatrix}$$

mit dem Ziel einen stationären Zustand (Gleichgewicht der Marktanteile) zu ermitteln

Eingabe der Matrix A:

MODE	6	1	1
------	---	---	---

0	.	8	=	0	.	2	=	0	.	2	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	.	1	=	0	.	7	=	0	.	2	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0	.	1	=	0	.	1	=	0	.	6	=	AC
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Ausgabe von A^2 :

SHIFT	4	3	x^2	=	$\begin{pmatrix} 0,68 & 0,32 & 0,32 \\ 0,17 & 0,53 & 0,28 \\ 0,15 & 0,15 & 0,4 \end{pmatrix}$
-------	---	---	-------	---	---

Ausgabe von A^4 :

x^2	=	$\begin{pmatrix} 0,5648 & 0,4352 & 0,4352 \\ 0,2477 & 0,3773 & 0,3148 \\ 0,1875 & 0,1875 & 0,25 \end{pmatrix}$
-------	---	--

Ausgabe von A^8 :

x^2	=	$\begin{pmatrix} 0,5083 & 0,4916 & 0,4916 \\ 0,2923 & 0,3091 & 0,3052 \\ 0,1992 & 0,1992 & 0,2031 \end{pmatrix}$
-------	---	--

Bemerkungen:

Aus den wiederholten Berechnungen von $A^2, A^4, A^8, A^{16}, A^{32}$, bis A^{64} wird der stationäre Zustand (Gleichgewicht der Marktanteile) bei Vorliegen der vorgegebenen Übergangsmatrix A sehr schnell und mit geringem Eingabeaufwand ersichtlich. Man bestätigt das Ergebnis, welches durch Lösen eines geeigneten linearen Gleichungssystems resultieren würde.

Ausgabe von A^{16} :

x^2	=	$\begin{pmatrix} 0,5001 & 0,4998 & 0,4998 \\ 0,2998 & 0,3001 & 0,3001 \\ 0,1999 & 0,1999 & 0,2 \end{pmatrix}$
-------	---	---

Ausgabe von A^{32} :

x^2	=	$\begin{pmatrix} 0,5 & 0,4999 & 0,4999 \\ 0,2999 & 0,3 & 0,3 \\ 0,2 & 0,2 & 0,2 \end{pmatrix}$
-------	---	--

Ausgabe von A^{64} :

x^2	=	$\begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 & 0,5 \\ 0,3 & 0,3 & 0,3 \\ 0,2 & 0,2 & 0,2 \end{pmatrix}$
-------	---	---

13 Berechnung einer Determinante

Aufgabe 127:

Berechnung der Determinanten $D_1 = \begin{vmatrix} 30 & 40 & 20 \\ 10 & 50 & 30 \\ 60 & 10 & 50 \end{vmatrix}$ und $D_2 = \begin{vmatrix} 29 & 40 & 20 \\ 27 & 50 & 30 \\ 44 & 10 & 50 \end{vmatrix}$

Eingabe von Matrix 1:

MODE | 6 | 1 | 1 |

3 | 0 | = | 4 | 0 | = | 2 | 0 | = |

1 | 0 | = | 5 | 0 | = | 3 | 0 | = |

6 | 0 | = | 1 | 0 | = | 5 | 0 | = | AC |

Ausgabe von Determinante D_1 :

SHIFT | 4 | 7 | SHIFT | 4 | 3 | = | 60000 |

Eingabe von Matrix 2 (durch Editieren von Matrix 1):

SHIFT | 4 | 2 | 2 | 1 |

2 | 9 | = | ▼ | ◀ | 2 | 7 | = | ▼ | ◀ | 4 | 4 | = | AC |

Ausgabe von Determinante D_2 :

SHIFT | 4 | 7 | SHIFT | 4 | 3 | = | 24000 |

14 Durchführen eines Gewinnvergleichs

Aufgabe 150:

Gewinnvergleich mit der Gewinnfunktion $G(x, y) = 25x + 30y$ anhand der Ecken

$P_1(0 | 28)$; $P_2(5 | 24)$; $P_3(10 | 18)$; $P_4(15 | 9)$; $P_5(17 | 3)$ der Möglichkeitenmenge

Eingabe:

2 | 5 | ALPHA |) | + | 3 | 0 | ALPHA | S↔D |

Ausgabe:

CALC | 0 | = | 2 | 8 | = | 840 | = | 5 | = | 2 | 4 | = | 845 | = | 1 | 0 | = | 1 | 8 | = | 790 |

= | 1 | 5 | = | 9 | = | 645 | = | 1 | 7 | = | 3 | = | 515 |

Bemerkungen:

Mit der Cursor-Taste gelangt man zur Eingabe der Gewinnfunktion und kann diese editieren, um anschließend einen Gewinnvergleich erneut durchführen zu können. Dies dürfte immer praktisch sein, wenn sich nur ein Stückgewinn ändert. Auf analoge Weise kann man einen Kostenvergleich im Rahmen eines linearen Minimierungsproblems durchführen.

D Finanzmathematik

15 Wiederholte Berechnung des Endkapitals bei jährlicher Verzinsung

Aufgabe:

Gesucht: Endkapital bei jährlicher Verzinsung mit Zinseszinsen

- i) $K_0 = 10.000 \text{ [€]} ; p = 7 \text{ [%]} ; n = 10 \text{ [Jahre]}$
- ii) $K_0 = 25.000 \text{ [€]} ; p = 6 \text{ [%]} ; n = 15 \text{ [Jahre]}$
- iii) $K_0 = 50.000 \text{ [€]} ; p = 4 \text{ [%]} ; n = 20 \text{ [Jahre]}$

Eingabe:

ALPHA	(-)	ALPHA	CALC	ALPHA	$\circ_{,,}$	\times	(1	+	$\frac{\Box}{\Box}$	ALPHA	hyp	\blacktriangledown	1	0	0
\blacktriangleright)	x^{\Box}	ALPHA	sin												

Ausgabe:

CALC	1	0	0	0	0	=	7	=	1	0	=	19671,52				
=	2	5	0	0	0	=	6	=	1	5	=	59913,95				
=	5	0	0	0	0	=	4	=	2	0	=	109556,16				

Bemerkungen:

Der Vorteil dieser Vorgehensweise besteht darin, dass die Berechnung des Endkapitals beliebig oft mit unterschiedlichen Werten wiederholt werden kann.

16 Wiederholte Berechnung der Laufzeit einer jährlichen Rente

Aufgabe:

Gesucht: Laufzeit einer Rente bei nachschüssigen jährlichen Rentenzahlungen

- i) $R_0 = 50.000 \text{ [€]} ; p = 7,5 \text{ [%]} ; q = 1,075 ; r = 6.000 \text{ [€]}$
- ii) $R_0 = 85.000 \text{ [€]} ; p = 6,2 \text{ [%]} ; q = 1,062 ; r = 7.000 \text{ [€]}$
- iii) $R_0 = 120.000 \text{ [€]} ; p = 4,7 \text{ [%]} ; q = 1,047 ; r = 9.000 \text{ [€]}$

Eingabe:

ALPHA	(-)	ALPHA	CALC	$\frac{\Box}{\Box}$	log	$\frac{\Box}{\Box}$	1	\blacktriangledown	-	$\frac{\Box}{\Box}$	ALPHA	$\circ_{,,}$	(ALPHA	hyp	
-	1)	\blacktriangledown	ALPHA	sin	+	1	\blacktriangleright)	\blacktriangledown	log	ALPHA	hyp)		

Ausgabe:

CALC	5	0	0	0	0	=	1	.	0	7	5	=	6	0	0	0	=	13,56
=	8	5	0	0	0	=	1	.	0	6	2	=	7	0	0	0	=	23,24
=	1	2	0	0	0	=	1	.	0	4	7	=	9	0	0	0	=	21,45

17 Berechnung des internen Zinsfußes einer Zahlungsreihe

Aufgabe 37:

$$-90.360 + \frac{15.072}{q} + \frac{28.152}{q^2} + \frac{38.016}{q^3} + \frac{75.168}{q^4} = 0$$

Eingabe:

```
- 9 0 3 6 0 + □ 1 5 0 7 2 ▼ ALPHA ) ► + □ 2 8 1 5 2  
▼ ALPHA ) x2 ► + □ 3 8 0 1 6 ▼ ALPHA ) x4 3 ► ► + □  
7 5 1 6 8 ▼ ALPHA ) x4 4 ► ► ALPHA CALC 0
```

Ausgabe:

```
SHIFT CALC 1 = 1,2
```

Bemerkungen:

Der interne Zinsfuß der Zahlungsreihe beträgt demnach 20 %. Alternativ kann man den internen Zinsfuß auch aus folgendem Ansatz ermitteln:

$$-90.360 q^4 + 15.072 q^3 + 28.152 q^2 + 38.016 q + 75.168 = 0$$

Dieser Ansatz ist aus dem ursprünglichen Ansatz entstanden, indem die Kapitalwertbedingung mit dem Faktor q^4 multipliziert wurde. Die neue Gleichung erfordert etwas weniger Eingabeaufwand und erspart das Arbeiten mit Brüchen. Darüber hinaus wird ersichtlich, dass die Berechnung des internen Zinsfußes einer Zahlungsreihe grundsätzlich bedeutet, eine Gleichung höherer Ordnung lösen zu müssen.

Eingabe:

```
- 9 0 3 6 0 ALPHA ) x4 4 ► + 1 5 0 7 2 ALPHA ) x4  
3 ► + 2 8 1 5 2 ALPHA ) x2 + 3 8 0 1 6 ALPHA ) +  
7 5 1 6 8 ALPHA CALC 0
```

Ausgabe:

```
SHIFT CALC 1 = 1,2
```

Bemerkungen:

Die Gleichung zur Bestimmung des internen Zinsfußes wird mit dem Newton-Verfahren gelöst. Als Startwert des Algorithmus bietet sich bei der vorliegenden Problemstellung grundsätzlich der Wert "1" an, da die internen Zinsfüße einer Zahlungsreihe immer bei einem Wert, der geringfügig rechts vom Startwert "1" liegt, vermutet werden. Unter gewissen Voraussetzungen bezüglich der Gestalt der Zahlungsreihe kann der interne Zinsfuß sogar eindeutig bestimmt werden.

18 Erstellen eines Tilgungsplanes bei jährlicher Ratentilgung

Aufgabe 79:

Gegeben: $S = 100.000 \text{ [€]}$; $n = 10 \text{ [Jahre]}$; $T = 10.000 \text{ [€]}$; $p = 9 \text{ [%]}$; $i = 0,09$

Berechnung der Annuität mit Wertetabelle der Funktion $f(x) = 10.000 \cdot [1 + (10 - x + 1) \cdot 0,09]$

Eingabe:

MODE	7
------	---

1	0	0	0	0	\times	(1	$+$	(1	0	$-$	ALPHA)	$+$	1)	\times	0	.	0	9)	=
---	---	---	---	---	----------	---	---	-----	---	---	---	-----	-------	---	-----	---	---	----------	---	---	---	---	---	---

1	=	1	0	=	1	=
---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

Wertetabelle

Berechnung der Zinszahlung mit Wertetabelle der Funktion $f(x) = 10.000 \cdot (10 - x + 1) \cdot 0,09$

Eingabe:

MODE	7
------	---

1	0	0	0	0	\times	(1	0	$-$	ALPHA)	$+$	1)	\times	0	.	0	9	=
---	---	---	---	---	----------	---	---	---	-----	-------	---	-----	---	---	----------	---	---	---	---	---

1	=	1	0	=	1	=
---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

Wertetabelle

Berechnung der Restschuld mit Wertetabelle der Funktion $f(x) = 10.000 \cdot (10 - x)$

Eingabe:

MODE	7
------	---

1	0	0	0	0	\times	(1	0	$-$	ALPHA)	=
---	---	---	---	---	----------	---	---	---	-----	-------	---	---

1	=	1	0	=	1	=
---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

Wertetabelle

Bemerkungen:

Die drei Wertetabellen müssen so verstanden werden, dass die ermittelten $f(x)$ -Werte jeweils die Annuität, Zinszahlung bzw. Restschuld am Ende des betreffenden Jahres beschreiben.

19 Erstellen eines Tilgungsplanes bei jährlicher Annuitätentilgung

Aufgabe 82:

Gegeben: $S = 100.000$ [€]; $n = 16$ [Jahre]; $p = 3,5$ [%]; $i = 0,035$; $q = 1,035$

Berechnung der Tilgungsrate mit Wertetabelle der Funktion $f(x) = 100.000 \cdot 0,035 \cdot \frac{1,035^{x-1}}{1,035^{16} - 1}$

Eingabe:

MODE	7
------	---

1	0	0	0	0	0	×	0	.	0	3	5	×	÷	1	.	0	3	5	x [■]	ALPHA)	-	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------------	-------	---	---	---

►	▼	1	.	0	3	5	x [■]	1	6	►	-	1	=	1	=	1	6	=	1	=
---	---	---	---	---	---	---	----------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

Wertetabelle

Berechnung der Zinszahlung mit Wertetabelle der Funktion $f(x) = 100.000 \cdot 0,035 \cdot \frac{1,035^{16} - 1,035^{x-1}}{1,035^{16} - 1}$

Eingabe:

MODE	7
------	---

1	0	0	0	0	0	×	0	.	0	3	5	×	÷	1	.	0	3	5	x [■]	1	6	►	-
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------------	---	---	---	---

1	.	0	3	5	x [■]	ALPHA)	-	1	►	▼	1	.	0	3	5	x [■]	1	6	►	-	1	=
---	---	---	---	---	----------------	-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------------	---	---	---	---	---	---

1	=	1	6	=	1	=
---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

Wertetabelle

Berechnung der Restschuld mit Wertetabelle der Funktion $f(x) = 100.000 \cdot \frac{1,035^{16} - 1,035^x}{1,035^{16} - 1}$

Eingabe:

MODE	7
------	---

1	0	0	0	0	0	×	÷	1	.	0	3	5	x [■]	1	6	►	-	1	.	0	3	5	x [■]	ALPHA)
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------------	-------	---

►	▼	1	.	0	3	5	x [■]	1	6	►	-	1	=	1	=	1	6	=	1	=
---	---	---	---	---	---	---	----------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

Wertetabelle

Bemerkungen:

Die drei Wertetabellen müssen so verstanden werden, dass die ermittelten $f(x)$ -Werte jeweils die Tilgungsrate, Zinszahlung bzw. Restschuld am Ende des betreffenden Jahres beschreiben.

20 Abschreibungsplan bei geometrisch-degressiver Abschreibung

Aufgabe 89b:

Gegeben: $A = 500.000 \text{ [€]}$; $\alpha = 0,3$; $n = 12 \text{ [Jahre]}$

Berechnung des Abschreibungsbetrages mit Wertetabelle der Funktion $f(x) = 150.000 \cdot 0,7^{x-1}$

Eingabe:

MODE 7
1 5 0 0 0 0 × 0 . 7 x[■] ALPHA) - 1 = 1 = 1 2 = 1 =

Ausgabe:

Wertetabelle
Berechnung des Buchwertes mit Wertetabelle der Funktion $f(x) = 500.000 \cdot 0,7^x$
Eingabe:
MODE 7
5 0 0 0 0 0 × 0 . 7 x[■] ALPHA) = 1 = 1 2 = 1 =

Ausgabe:

Wertetabelle
Bemerkungen:
Die beiden Wertetabellen müssen so verstanden werden, dass die ermittelten $f(x)$ -Werte jeweils den Abschreibungsbetrag bzw. Buchwert am Ende des betreffenden Jahres beschreiben.

21 Berechnung von Kapitalwerten in Abhängigkeit vom Kalkulationszinsfuß

Aufgabe 38:

Berechnung von $G(q) = -260 + \frac{60}{q} + \frac{80}{q^2} + \frac{90}{q^3} + \frac{100}{q^4}$

Eingabe:

MODE 7
- 2 6 0 + □ 6 0 ▼ ALPHA) ► + □ 8 0 ▼ ALPHA) x² ►
+ □ 9 0 ▼ ALPHA) x[■] 3 ► ► + □ 1 0 0 ▼ ALPHA) x[■] 4
= 1 . 0 1 = 1 . 1 5 = 0 . 0 1 =

Ausgabe:

Wertetabelle
Bemerkungen:
Die Wertetabelle gibt den Kapitalwert für Kalkulationszinsfüße zwischen 1 % und 15 % an.

E Statistik

22 Berechnung von Mittelwerten und Streuungsmaßen

Aufgabe 36:

Berechnung des arithmetischen Mittelwertes und der Standardabweichung anhand der Merkmalsausprägungen 2 ; 5 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8

Eingabe:

MODE	3	1
------	---	---

2	=	5	=	4	=	5	=	6	=	8	=	AC
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Ausgabe des arithmetischen Mittelwertes:

SHIFT	1	5	2	=	5
-------	---	---	---	---	---

Ausgabe der Standardabweichung:

SHIFT	1	5	3	=	1,8257
-------	---	---	---	---	--------

23 Korrelationsrechnung und Bestimmung einer Regressionsgeraden

Aufgabe 36:

Berechnung des Korrelationskoeffizienten und Bestimmung der Regressionsgeraden anhand der Merkmalsausprägungen (2 | 3) ; (5 | 7) ; (4 | 9) ; (5 | 8) ; (6 | 10) ; (8 | 11)

Eingabe:

MODE	3	2
------	---	---

2	=	▲	►	3	=	◀	5	=	▲	►	7	=	◀
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

4	=	▲	►	9	=	◀	5	=	▲	►	8	=	◀
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

6	=	▲	►	1	0	=	◀	8	=	▲	►	1	1	=	◀	AC
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Ausgabe des Korrelationskoeffizienten:

SHIFT	1	7	3	=	0,8839
-------	---	---	---	---	--------

Ausgabe des y-Achsenabschnitts der Gerade:

SHIFT	1	7	1	=	1,75
-------	---	---	---	---	------

Ausgabe der Steigung der Gerade:

SHIFT	1	7	2	=	1,25
-------	---	---	---	---	------

Bemerkungen:

Die Notation des Taschenrechners im Statistik-Modus weicht von der Notation der Vorlesung ab. Dabei ist insbesondere die Bezeichnung r für den Korrelationskoeffizienten zu beachten.

Aufgabe 32:

Korrelationsrechnung und Bestimmung der Regressionsgeraden anhand der Merkmalsausprägungen $(7,8|8,1); (8,2|7,4); (9,4|6,8); (9,9|6,2)$
 $(10,8|5,9); (12,1|5,6); (13,3|4,9); (13,7|4,2); (15,2|3,6); (16,6|3,3)$

Eingabe:

SHIFT	MODE	▼	4	2
-------	------	---	---	---

MODE	3	2
------	---	---

7	.	8	=	8	.	2	=	9	.	4	=	9	.	9	=	1	0	.	8	=	1	2	.	1	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	3	.	3	=	1	3	.	7	=	1	5	.	2	=	1	6	.	6	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

►	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲	▲
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

8	.	1	=	7	.	4	=	6	.	8	=	6	.	2	=	5	.	9	=	5	.	6	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

4	.	9	=	4	.	2	=	3	.	6	=	3	.	3	=	AC
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Ausgabe der Summe der Werte von X:

SHIFT	1	4	2	=	117
-------	---	---	---	---	-----

Ausgabe der Summe der Werte von X^2 :

SHIFT	1	4	1	=	1448,68
-------	---	---	---	---	---------

Ausgabe der Summe der Werte von Y:

SHIFT	1	4	4	=	56
-------	---	---	---	---	----

Ausgabe der Summe der Werte von Y^2 :

SHIFT	1	4	3	=	336,72
-------	---	---	---	---	--------

Ausgabe der Summe der Werte von XY:

SHIFT	1	4	5	=	612,85
-------	---	---	---	---	--------

Ausgabe des arithmetischen Mittelwertes von X:

SHIFT	1	5	2	=	11,7
-------	---	---	---	---	------

Bemerkungen:

Die Eingabe der Merkmalsausprägungen wurde hier getrennt nach Spalten vorgenommen, da der Eingabearaufwand geringer und weniger umständlich ist. Zunächst gibt man sämtliche x-Werte und anschließend sämtliche y-Werte ein. Im Vergleich zur Aufgabe 36 wurden auch alle relevanten Summen, die arithmetischen Mittelwerte und die Standardabweichungen von beiden Merkmalen berechnet und angezeigt. Wichtig ist, dass Sie anfänglich die Häufigkeitsspalte deaktiviert haben, sofern Sie die Geräteeinstellungen zuvor verändert haben (siehe hierzu Aufgabe 35).

Ausgabe des arithmetischen Mittelwertes von Y:

SHIFT	1	5	5	=	5,6
-------	---	---	---	---	-----

Ausgabe der Standardabweichung von X:

SHIFT	1	5	3	=	2,8245
-------	---	---	---	---	--------

Ausgabe der Standardabweichung von Y:

SHIFT	1	5	6	=	1,5205
-------	---	---	---	---	--------

Ausgabe des Korrelationskoeffizienten:

SHIFT	1	7	3	=	-0,9861
-------	---	---	---	---	---------

Ausgabe des y-Achsenabschnitts der Gerade:

SHIFT	1	7	1	=	11,8108
-------	---	---	---	---	---------

Ausgabe der Steigung der Gerade:

SHIFT	1	7	2	=	-0,5308
-------	---	---	---	---	---------

Aufgabe 35:

Korrelationsrechnung und Bestimmung der Regressionsgeraden anhand der Häufigkeitsverteilung

x_i	20	23	26	29	32	34	37	43
y_i	10	9	8	7	6	6	5	4
N_i	2	4	2	3	2	2	3	2

Eingabe:

SHIFT MODE ▼ 4 1

MODE 3 2

2 0 = 2 3 = 2 6 = 2 9 = 3 2 = 3 4 = 3 7 = 4 3 =

► ▲ ▲ ▲ ▲ ▲ ▲ ▲ ▲

1 0 = 9 = 8 = 7 = 6 = 6 = 5 = 4 =

► ▲ ▲ ▲ ▲ ▲ ▲ ▲ ▲

2 = 4 = 2 = 3 = 2 = 2 = 3 = 2 = AC

Ausgabe der Summe der Werte von X:

SHIFT 1 4 2 = 600

Ausgabe der Summe der Werte von X^2 :

SHIFT 1 4 1 = 18956

Ausgabe der Summe der Werte von Y:

SHIFT 1 4 4 = 140

Ausgabe der Summe der Werte von Y^2 :

SHIFT 1 4 3 = 1050

Ausgabe der Summe der Werte von XY:

SHIFT 1 4 5 = 3944

Ausgabe des arithmetischen Mittelwertes von X:

SHIFT 1 5 2 = 30

Bemerkungen:

Die Eingabe der Häufigkeitsverteilung wurde hier wieder getrennt nach Spalten vorgenommen. Zunächst gibt man sämtliche x-Werte, anschließend sämtliche y-Werte und schließlich sämtliche absoluten Häufigkeiten ein. Wichtig ist hierbei, dass Sie anfänglich die Häufigkeitsspalte aktivieren.

Ausgabe des arithmetischen Mittelwertes von Y:

SHIFT 1 5 5 = 7

Ausgabe der Standardabweichung von X:

SHIFT 1 5 3 = 6,9138

Ausgabe der Standardabweichung von Y:

SHIFT 1 5 6 = 1,8708

Ausgabe des Korrelationskoeffizienten:

SHIFT 1 7 3 = -0,9896

Ausgabe des y-Achsenabschnitts der Gerade:

SHIFT 1 7 1 = 15,0335

Ausgabe der Steigung der Gerade:

SHIFT 1 7 2 = -0,2678

24 Berechnung von Permutationen und Kombinationen

Aufgabe 40c (Berechnung von n-Permutationen (Fakultäten)):

$N = 3!$ Möglichkeiten, um 3 Elemente anzugeben

Eingabe:

3	SHIFT	x^{-1}	=
---	-------	----------	---

Ausgabe:

6

Aufgabe 40b (Berechnung von k-Permutationen):

$N = \frac{5!}{(5-3)!}$ Möglichkeiten, um 3 Elemente aus 5 Elementen anzugeben

Eingabe:

5	SHIFT	\times	3	=
---	-------	----------	---	---

Ausgabe:

60

Aufgabe 40d (Berechnung von Kombinationen (Binomialkoeffizienten)):

$N = \binom{5}{3} = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!}$ Möglichkeiten, um 3 Elemente aus 5 Elementen auszuwählen

Eingabe:

5	SHIFT	\div	3	=
---	-------	--------	---	---

Ausgabe:

10

25 Berechnung von Wahrscheinlichkeiten für die Binomialverteilung

Aufgabe 75d:

Binomialverteilte Zufallsvariable mit $n = 33$ und $p = 0,9$

Gesucht: $p(31 \leq X \leq 33) = p(X = 31) + p(X = 32) + p(X = 33)$

Eingabe:

SHIFT	$\log_{\square}\phi$
-------	----------------------

3	3	SHIFT	\div	ALPHA)	\times	0	.	9	x^{\square}	ALPHA)	\blacktriangleright
---	---	-------	--------	-------	---	----------	---	---	---	---------------	-------	---	-----------------------

\times	0	.	1	x^{\square}	3	3	$-$	ALPHA)	\blacktriangleright	\blacktriangleright	3	1	\blacktriangleright	3	3	=
----------	---	---	---	---------------	---	---	-----	-------	---	-----------------------	-----------------------	---	---	-----------------------	---	---	---

Ausgabe:

0,3457

Aufgabe 73e:

Binomialverteilte Zufallsvariable mit $n = 10$ und $p = 0,2$

Gesucht: $p(X \geq 5) = p(X = 5) + p(X = 6) + \dots + p(X = 9) + p(X = 10)$

Eingabe:

SHIFT log_■φ

1 0 SHIFT ÷ ALPHA) × 0 . 2 x[■] ALPHA) ►
× 0 . 8 x[■] 1 0 - ALPHA) ► ► ► 5 ► 1 0 =

Ausgabe:

0,0328

Aufgabe:

Binomialverteilte Zufallsvariable mit $n = 50$ und $p = 0,79$

Gesucht: $p(27 \leq X \leq 43) = p(X = 27) + p(X = 28) + \dots + p(X = 42) + p(X = 43)$

Eingabe:

SHIFT log_■φ

5 0 SHIFT ÷ ALPHA) × 0 . 7 9 x[■] ALPHA) ►
× 0 . 2 1 x[■] 5 0 - ALPHA) ► ► ► 2 7 ► 4 3 =

Ausgabe:

0,9236

26 Berechnung von Wahrscheinlichkeiten für die hypergeometrische Verteilung

Aufgabe 80b:

Hypergeometrisch verteilte Zufallsvariable mit $N = 38$; $M = 7$ und $n = 7$

Gesucht: $p(4 \leq X \leq 7) = p(X = 4) + p(X = 5) + p(X = 6) + p(X = 7)$

Eingabe:

SHIFT log_■φ

7 SHIFT ÷ ALPHA) × 3 1 SHIFT ÷ (7 - ALPHA))
÷ 3 8 SHIFT ÷ 7 ► 4 ► 7 =

Ausgabe:

0,0133

Aufgabe:

Hypergeometrisch verteilte Zufallsvariable mit $N = 50$; $M = 20$ und $n = 30$

Gesucht: $p(X \leq 10) = p(X = 0) + p(X = 1) + \dots + p(X = 9) + p(X = 10)$

Eingabe:

SHIFT	log _■ φ																
2	0	SHIFT	÷	ALPHA)	×	3	0	SHIFT	÷	(2	0	-	ALPHA))
÷	5	0	SHIFT	÷	3	0	▶	0	▶	1	0	=					

Ausgabe:

0,9295

Bemerkungen:

Wie auch beim Berechnen von Wahrscheinlichkeiten einer Binomialverteilung ist der Nutzen durch das Verwenden der Summenfunktion besonders groß, wenn die gesuchte Summe aus sehr vielen Summanden besteht. Durch Editieren der Unter- und Obergrenze der Summe kann man ohne viel Aufwand weitere gesuchte Wahrscheinlichkeiten bestimmen. Mit der DEL-Taste werden Eingaben gelöscht. Dabei wird immer links vom Cursor gelöscht. Ändern sich darüber hinaus die Parameter der hypergeometrischen Verteilung, so können auch diese selbstverständlich verändert werden, so dass der Eingabeaufwand für verschiedene Berechnungen insgesamt sehr gering ist. Darüber hinaus ist grundsätzlich zu beachten, dass der Taschenrechner lediglich Ergebnisse bis zur Fakultät von 69 ermitteln kann, da die Ergebnisse ab Fakultät von 70 zu groß sind. Diese Beschränkung gilt natürlich auch für die Aufgaben aus den Kapiteln 24 und 25.

27 Berechnung von Wahrscheinlichkeiten für die Normalverteilung

Aufgabe 93d:

Normalverteilte Zufallsvariable mit $\bar{X} = 56$ und $\sigma = 8$

Gesucht: $p(40 < X < 72)$ (mit: $SE(40) = -2$; $SE(72) = 2$)

Eingabe:

∫ _■	(2	SHIFT	×10 ^x)	x [■]	-	0	.	5	▶	×	ALPHA	×10 ^x	
x [■]	-	0	.	5	×	ALPHA)	x ²	▶	▶	-	2	▶	2	=

Ausgabe:

0,9545

Bemerkungen:

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist mit Hilfe der Dichtefunktion der Standardnormalverteilung bestimmt worden. Auf diese Weise wird keine Tabelle mit den Werten der Verteilungsfunktion einer Standardnormalverteilung benötigt. Der Taschenrechner benötigt relativ viel Zeit, um die Integralberechnungen durchzuführen. Der Eingabeaufwand bei wiederholten Berechnungen ist jedoch recht gering, wenn man berücksichtigt, dass lediglich die beiden Integralgrenzen durch Editieren verändert werden müssen.

Aufgabe 93d:

Normalverteilte Zufallsvariable mit $\bar{X} = 56$ und $\sigma = 8$

Gesucht: $p(40 < X < 72)$ (mit: $SE(40) = -2$; $SE(72) = 2$)

Eingabe:

MODE	3	1	AC	SHIFT	1	7	1	2)	-	SHIFT	1	7	1	-	2)	=
------	---	---	----	-------	---	---	---	---	---	---	-------	---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

0,9545

Bemerkungen:

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist hier mit der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung bestimmt worden. Der Eingabeaufwand ist auf jeden Fall deutlich geringer, verglichen mit der unmittelbar zuvor dargestellten Vorgehensweise des Integrierens über die ziemlich komplizierte Dichtefunktion der Standardnormalverteilung. Dafür erscheint die Eingabeprozedur allerdings weniger anschaulich, weil die entsprechende Funktion im Statistik-Modus etwas "versteckt" ist.

Aufgabe:

Normalverteilte Zufallsvariable mit $\bar{X} = 16,5$ und $\sigma = 3,6$

Gesucht: $p(X > 13,8)$ (mit: $SE(13,8) = -0,75$)

Eingabe:

MODE	3	1	AC	1	-	SHIFT	1	7	1	-	0	.	7	5)	=
------	---	---	----	---	---	-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

0,77337

Aufgabe:

Normalverteilte Zufallsvariable mit $\bar{X} = 185$ und $\sigma = 12$

Gesucht: $p(X < 200)$ (mit: $SE(200) = 1,25$)

Eingabe:

MODE	3	1	AC	SHIFT	1	7	1	1	.	2	5)	=
------	---	---	----	-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

0,89435

Aufgabe 93c:

Normalverteilte Zufallsvariable mit $\bar{X} = 56$ und $\sigma = 8$

Gesucht: $p(48 < X < 64)$ (mit: $SE(48) = -1$; $SE(64) = 1$)

Eingabe:

MODE	3	1	AC	SHIFT	1	7	1	1)	-	SHIFT	1	7	1	-	1)	=
------	---	---	----	-------	---	---	---	---	---	---	-------	---	---	---	---	---	---	---

Ausgabe:

0,68268
