13. Jgst./Kurs M LK 1/2	2. Kursarbeit	Datum: 16.12.2020
Fach: Mathematik (Leistungsfach)		

Name:	
Punkte:	Note:

Themen: **Baumdiagramm; Pfadregeln; Bed. W'keit; Satz von Bayes; Bernoulli-Experimente; Binomialverteilung; $\mu(X) \& \sigma(X)$**

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Der finnische Biathlet **Hunde An-Lainen** möchte seine sportlichen Leistungen auswerten und mit mathematisch-stochastischen Mitteln berechnen. Hierzu sollen Sie einige Fragestellungen lösen.

30	

Aufgabe 1: Die Vorbereitung – Trainingsergebnisse

Die Trainingsergebnisse waren ganz erbaulich. In der Woche vor dem ersten Wettkampf hat Hunde täglich besonders das Schießen trainiert.
Folgende Trefferergebnisse hat er dabei erzielt:

Wochentag	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	Summe
Liegend - Anzahl Schüsse	**100**	**100**	**200**		**100**		**800**
Liegend - Anzahl Treffer	**90**			**190**			**760**
Trefferquote Stehend		**0,88**		**0,95**			**???**

Das Verhältnis der Treffer an den Wochentagen Mi – Fr – Sa lag bei 2 : 1 : 1.

a) Hunde An-Lainen ist sich nun etwas unsicher über den Wochenwert der Trefferquote.
„Wenn ich die Einzelquoten addiere, erhalte ich 0,945!" denkt er bei sich –
„Die Relation der Summenwerte ergibt einen besseren Wert.
Was ist denn jetzt richtig?"
Anmerkung: Die Gedanken wurden zum besseren simultan ins Deutsche übersetzt 😉
Ja was ist denn nun richtig? Und worin liegt der vermeintliche Fehler?
Füllen Sie die Tabelle vollständig aus und schaffen Sie für Klarheit der Fragestellungen.

b) Ermitteln Sie ***den Erwartungswert und die Standardabweichung*** bei 100 Schuss im Liegend-Anschlag und einer Trefferwahrscheinlichkeit von p = 0,95.

ZUSATZ: Wie hoch wird der Erwartungswert sein, wenn man diesen nun für **jeweils 100 Schuss** im **Stehend- und im Liegend-Anschlag** berechnen möchte (p für Stehend-Anschlag: 0,75)?

c) Erklären Sie, warum es sich in diesem Experiment um ein Bernoulli-Experiment handeln könnte. Erläutern Sie in diesem Zusammenhang auch den Begriff Bernoulli-Kette.

d) Geben Sie zwei Gründe an, warum die modellhafte Beschreibung des Schießtrainings durch eine Bernoullikette unter Umständen der Realität nicht gerecht wird.

e) Berechnen Sie folgende Ausdrücke und geben Sie eine geeignete Fragestellung hierfür an:

$B_{100;0,95}(X \leq 90)$ $\quad$ $B_{100;0,95}(80 \leq X \leq \mu)$ $\quad$ $B_{100;0,95}(X > \mu)$

Lösungen:

Wochentag	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	Summe
Stehend - Anzahl Schüsse	**100**	**100**	**200**	**200**	**100**	**100**	**800**
Stehend - Anzahl Treffer	**90**	**88**	**196**	**190**	**98**	**98**	**760**
Trefferquote Stehend	**0,9**	**0,88**	**0,98**	**0,95**	**0,98**	**0,98**	**0,95**

Erwartungswert uns Standardabweichung:

$$\mu_{100;0,95} = 100 \cdot 0,95 = 95 \qquad \sigma = \sqrt{95 \cdot 0,05} = 0,2179$$

Zusatz: $\mu_{X(100;0,95)} + \mu_{Y(100;0,75)} = 95 + 75 = 170$

Für eine Bernoullikette muss die Wahrscheinlichkeit für einen Treffer in jedem der fünf Schüsse gleich sein. Zudem müssen mehrere Bernoulli-Experimente nacheinander durchgeführt werden, deren Ausgang unabhängig voneinander ist.

Es gibt aber verschiedene Einflüsse, die bewirken, dass nicht jeder Schuss des Biathleten mit der gleichen Wahrscheinlichkeit sein Ziel findet.
Dazu zählen:

- Äußere Einflüsse wie Windböen, die vielleicht beim zweiten Schuss einsetzen und danach wieder versiegen.
- Psychologische Einflüsse: Zum Beispiel kann sich die Trefferwahrscheinlichkeit ändern, wenn der Biathlet die ersten beiden Schüsse nicht getroffen hat und jetzt Angst hat, den dritten Schuss erneut nicht zu treffen.
- Lern-/Erfahrungseffekte: Der Biathlet verändert nach einem Fehlschuss die Einstellung am Zielfernrohr

$$B_{100;0,95}(X \leq 90) = \sum_{k=0}^{90} \binom{100}{k} 0,95^k \cdot 0,05^{100-k} = 0,0282$$

$$B_{100;0,95}(80 \leq X \leq \mu) = \sum_{k=80}^{95} \binom{100}{k} 0,95^k \cdot 0,05^{100-k} = 0,5640$$

$$B_{100;0,95}(X > \mu) = 1 - B_{100;0,95}(X \leq \mu) = 0,436$$

Aufgabe 2: Der Abend vor dem Wettbewerb - Auslosung der Startnummern

20	

Bei der Auslosung der Startnummern herrscht immer großer Andrang. Insgesamt sind 70 Starter im Feld und jeder Teilnehmer darf seine Nummer selbst ziehen.
Hunde An-Lainen ist zuerst an der Reihe.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht er eine **gerade** Startnummer?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Startnummer **ungerade und eine Dreier-Zahl**?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Startnummer **ungerade oder eine Fünfer-Zahl**?

Lösung:

$$P(gerade) = \frac{35}{70} = 0,5$$

$$P(ungerade \cap DreierZahl) = P("3;9;15;21;27;33;39;45;51;57;63;69") = \frac{12}{70}$$

$$P(ungerade \cup FünferZahl) = P(ungerade) + P(FünferZahl) - P(ungerade \cap FünferZahl) =$$

$$P(ungerade \cup FünferZahl) = \frac{35}{70} + \frac{14}{70} - P("5;15;25;35;45;55;65") = \frac{35}{70} + \frac{14}{70} - \frac{7}{70} = \frac{42}{70}$$

Die Wunschstartnummer von Hunde An-Lainen wäre aufgrund der Wettersituation die Nummer 60.

d) Begründen Sie, ob es wesentlich für Hund An-Lainen ist, an welcher Position er ziehen darf, um die Nummer 60 zu erhalten.
Dokumentieren Sie Ihre Meinung anhand eines (unvollständigen) Baumdiagramms.

Lösung:
Darstellung der Ziehungsergebnisse:

Ziehung an Position 1: $P("60") = \frac{1}{70}$

Ziehung an Position 2: $P("Nicht60";"60") = \frac{69}{70} \cdot \frac{1}{69} = \frac{1}{70}$

Ziehung an Position n: $P("Nicht60";...;"Nicht60";"60") = \left[\prod_{k=1}^{n-1} \frac{69-(k-1)}{70-(k-1)}\right] \cdot \frac{1}{70-(n-1)} = \frac{1}{70}$

Ergebnis der Wahrscheinlichkeit für Nummer 60 immer identisch ;-)

e) Die Starterfelder werden in eine grüne und eine rote Gruppe eingeteilt. Die internationale Biathlon-Union gibt allerdings nicht bekannt, wie viele in die rote Gruppe der Top-Athleten dürfen.
Es werden farbige Kugeln ohne Zurücklegen gezogen – und es ist bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit für **mind. einmal grün innerhalb der ersten drei Ziehungen** bei $\frac{763}{782}$ liegt.
Wie viele Sportler sind demzufolge in der roten Gruppe?

Lösung:

$$P("NichtGrün") = P("DreiRot") = \frac{r}{70} \cdot \frac{r-1}{69} \cdot \frac{r-2}{68} = \frac{19}{782}$$

$$r(r-1)(r-2) = \frac{70 \cdot 69 \cdot 68 \cdot 19}{782} \quad \rightarrow \quad r^3 - 3r^2 + 2r = 7.980 \quad \rightarrow \quad r = 21$$

Aufgabe 3: Der Wettbewerb – mentale Vorbereitung

Beim Schießen auf fünf nebeneinander liegende Scheiben kalkuliert Hunde An-Lainen mit einer Trefferquote von p = 90 %.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit

a) trifft er alle fünf Scheiben?

b) trifft er mindestens drei Scheiben?

c) trifft er nur die beiden letzten Scheiben?

d) trifft er zum ersten Mal beim 3. Schuss?

e) trifft er genau 3 Scheiben, die nebeneinander liegen?

i) trifft er höchstens eine Scheibe nicht?

j) Wie groß müsste seine Trefferwahrscheinlichkeit sein, damit die Wahrscheinlichkeit alle 5 Scheiben zu treffen, bei 95 % liegt?

k) Wie viele Schüsse muss er mindestens abgeben, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mindestens einen Treffer erzielt?

$$B_{5;0,9}(X=5)=0,9^5=0,5905$$

$$B_{5;0,9}(X\geq 3)=\sum_{k=3}^{5}\binom{5}{k}0,9^k\cdot 0,1^{5-k}=0,99144$$

$$P(\text{"}TTNNN\text{"})=0,9^2\cdot 0,1^3=0,00081$$

28	

$$P(\text{"}NNT\text{"})=0,1^2\cdot 0,9=0,009$$

$$P(\text{"}TTTNN\text{"}\cup\text{"}NTTTN\text{"}\cup\text{"}NNTTT\text{"})=3\cdot 0,9^3\cdot 0,1^2=0,02187$$

$$B_{5;0,9}(X\geq 4)=B_{5;0,9}(X=4)+B_{5;0,9}(X=5)=\binom{5}{4}0,9^4\cdot 0,1+0,9^5=0,91855$$

$$B_{5;p}(X=5)=p^5=0,95\xrightarrow{\sqrt[5]{0,95}}p=0,98979$$

$$B_{n;0,9}(X\geq 1)\geq 0,99\xrightarrow{GegenW'keit}1-B_{n;0,9}(X=0)\geq 0,99$$

$$\rightarrow\binom{n}{0}0,9^0\cdot 0,1^n\leq 0,01\rightarrow 0,1^n\leq 0,01\rightarrow n\geq\frac{\ln 0,01}{\ln 0,1}=2$$

Aufgabe 4: Der Wettbewerb

Hunde An-Lainen hat eine Trefferquote von 90 % beim (**L)**iegend- und 75 % beim (**S)**tehendschießen.
Es wird jeweils zweimal liegend und zweimal stehend geschossen – also die Reihenfolge am Schießstand lautet: **L – L – S - S**
Bei jeder Durchführung werden **5 Schuss** abgegeben.

Teil 1: Die Realität

Für jeden Fehlschuss muss man eine Strafrunde laufen.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Hunde An-Lainen

a) bei den beiden Liegendschießen **je eine** Strafrunde laufen muss,

b) bei den beiden Stehendschießen **insgesamt zwei** Strafrunden zu absolvieren hat,

Lösung:

Eine Strafrunde bei einem Liegendanschlag:

$$B_{5;0,9}(X=4)=\binom{5}{4}0,9^4\cdot 0,1=0,32805$$

⇨ Je eine Strafrunde bei zwei Liegendanschlägen:

$$B_{2;0,328}(X=2)=\binom{2}{2}0,328^2\cdot 0,672^0=0,108$$

Stehendanschlag: Kombination der beiden Stehendschießen: 2/0 – 1/1 – 0/2

Schritt 1: Einzelwahrscheinlichkeit beim Stehendanschlag (Y = Anzahl der Treffer)

$$B_{5;0,75}(Y=5)=\binom{5}{5}0,75^5\cdot 0,25^0=0,2373 \qquad B_{5;0,75}(Y=4)=\binom{5}{4}0,75^4\cdot 0,25=0,3955$$

$$B_{5;0,75}(Y=3)=\binom{5}{3}0,75^3\cdot 0,25^2=0,2637$$

Schritt 2: Wahrscheinlichkeit für beide Stehendanschläge zusammen entsprechend den Kombinationen 2/0 – 1/1 – 0/2

$$P(\text{"}2F/0F\text{"})+P(\text{"}1F/1F\text{"})+P(\text{"}0F/2F\text{"})=2\cdot 0,2373\cdot 0,2637+0,3955^2=0,2816$$

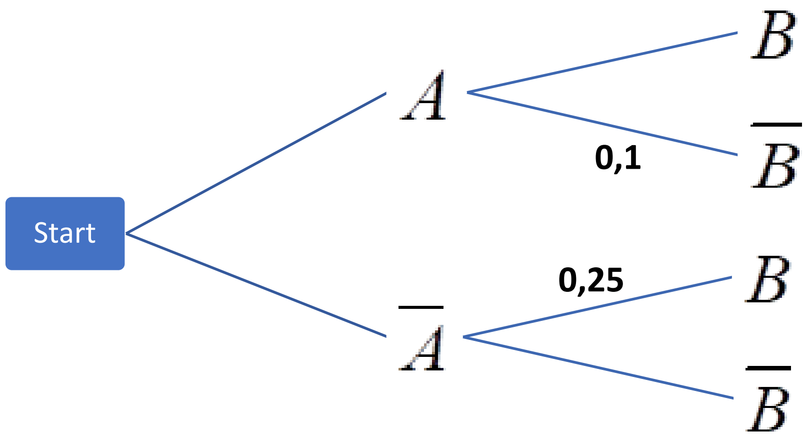
10	

Teil 2: Die Analyse

30	

Gegeben sei das folgende unvollständige Baumdiagramm.

a) Vervollständigen Sie das Baumdiagramm **<u>und</u>** erstellen Sie eine Vierfeldertafel mit den Ereignissen A = „Liegend-Schießen“ und B = „Treffer“



	Liegend-Schießen $P(A)$	**Stehend-Schießen** $P(\overline{A})$	**Summe**
Treffer $P(B)$			
Fehlschuss C			
Summe			

b) Erstellen Sie das umgekehrte Baumdiagramm.

c) Prüfen Sie, ob die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind.

d) Hunde An-Lainen hat einen Fehlschuss produziert.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit war es im Stehend-Schießen?

e) Beweisen Sie die nachfolgenden Behauptungen mittels der formalen Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit: $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

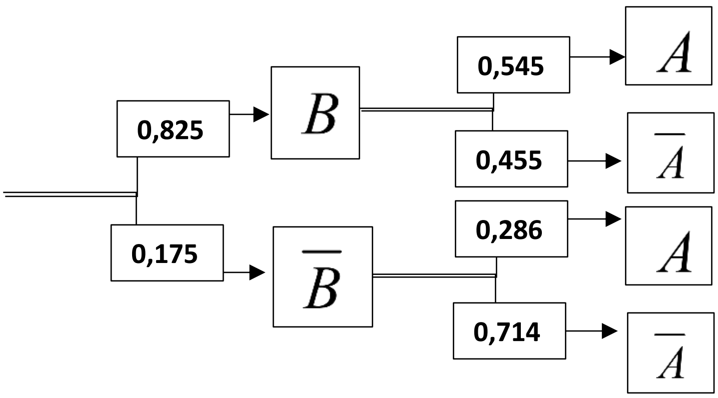
(i) Behauptung 1: $P_\Omega(A) = P(A)$

(ii) Behauptung 2: $P_B(A \cup B) = 1$

(iii) Berechnen Sie folgende Ausdrücke: $P_A(A)$ *und* $P_{\overline{A}}(A)$

Lösung:

	Liegend -Schießen $P(A)$	Stehend -Schießen $P(\overline{A})$	Summe
Treffer $P(B)$	0,45	0,375	0,825
Fehlschuss $P(\overline{B})$	0,05	0,125	0,175
Summe	0,5	0,5	1



$Beh.: \quad P(A)\cdot P(B) = P(A\cap B)$

$Nachweis:$

$$\left.\begin{array}{l} P(A)\cdot P(B) = 0,5\cdot 0,825 = 0,4125 \\ P(A\cap B) = 0,45 \end{array}\right\} \begin{array}{l} P(A)\cdot P(B) \neq P(A\cap B) \\ \text{A und B sind stochastisch abhängig} \end{array}$$

$$P_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(\overline{B})} \quad \rightarrow \quad P_{\overline{B}}(\overline{A}) = \frac{0,125}{0,175} = \frac{5}{7}$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,7143 war der Fehler im Stehendanschlag.

Beweisen Sie die nachfolgenden Behauptungen mittels der formalen Definition

der bedingten Wahrscheinlichkeit: $P_B(A) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$

(i) Behauptung 1: $P_\Omega(A) = P(A)$

$$P_\Omega(A) \overset{Def.\,P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}}{=} \frac{P(A\cap\Omega)}{P(\Omega)} \overset{P(\Omega)=1}{=} P(A\cap\Omega) \overset{A\cap\Omega=A}{=} P(A)$$

(ii) Behauptung 2: $P_B(A \cup B) = 1$

$$P_B(A \cup B) \overset{Def.\, P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}{=} \frac{P((A \cup B) \cap B)}{P(B)} \overset{(A \cup B) \cap B = B}{=} \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$

(iii) Berechnen Sie folgende Ausdrücke: $P_A(A)$ *und* $P_{\overline{A}}(A)$

$$P_A(A) \overset{Def.\, P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}{=} \frac{P(A \cap A)}{P(A)} \overset{A \cap A = A}{=} \frac{P(A)}{P(A)} = 1$$

$$P_{\overline{A}}(A) \overset{Def.\, P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}{=} \frac{P(A \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} \overset{A \cap \overline{A} = \varnothing}{=} \frac{P(\varnothing)}{P(\overline{A})} = \frac{0}{P(\overline{A})} = 0$$

Aufgabe 5: Qualitätstests **20**

Hunde An-Lainen testet die Qualität von Skiern und Skistöcken.
Leider brechen immer wieder einige der Skistöcke und das nervt ihn gewaltig.

Auf Nachfrage wird ihm gesagt, dass man insgesamt 100 Skistöcke auf Lager hat und diese aus verschiedenen Produktionsstandorten kommen:

Fabrikstandort	Produktionsanteil	Fehlerquote
Jyväskylä	25 %	6 %
Turku	40 %	4 %
Tampere	20 %	8 %
Rovaniemi	Rest	3 %

a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für einen einwandfrei produzierten Skistock?

b) Wieder ist ein Skistock gebrochen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde er in Turku hergestellt?

Lösung: Totale Wahrscheinlichkeit und Satz von Bayes

$$P(\text{"}einwandfrei\text{"}) = 0,25 \cdot 0,94 + 0,4 \cdot 0,96 + 0,2 \cdot 0,92 + 0,15 \cdot 0,97 = 0,9485$$

$$P_{\text{"}gebrochen\text{"}}(\text{"}Turku\text{"}) = \frac{P(\text{"}Turku\text{"} \cap \text{"}gebrochen\text{"})}{P(\text{"}gebrochen\text{"})}$$

$$P_{\text{"}gebrochen\text{"}}(\text{"}Turku\text{"}) = \frac{0,4 \cdot 0,04}{1 - 0,9485} = \frac{0,016}{0,0515} = 0,3107$$

Aufgabe 6: Pressekonferenz und Kantinengedanken

Hunde Anlainen darf nach seinem letzten Wettbewerb auf die Pressekonferenz.
Es sind **10 Medienvertreter** anwesend. **3 kommen aus Finnland, 2 aus Schweden, 4 aus Norwegen und einer stammt aus Russland.**
Aufgrund des zeitlichen Rahmens dürfen nur **5 Fragen** gestellt werden.

a) Wie viele mögliche Fragen gibt es, wenn jeder Medienvertreter nur eine Frage stellen darf, sofern er zu Wort kommt?

Lösung: $5! = 120$

b) Wie viele Fragen würden gestellt werden, wenn **jeder** Medienvertreter 3 Fragen formulieren dürfte?

Lösung: $3^{10} = 59.049$

c) Es ist nun vereinbart, dass 6 Fragen gestellt werden dürfen:
Wie ist dann der folgende Rechenausdruck zu interpretieren? $4!\cdot\binom{3}{2}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{4}{2}\cdot\binom{1}{1}$

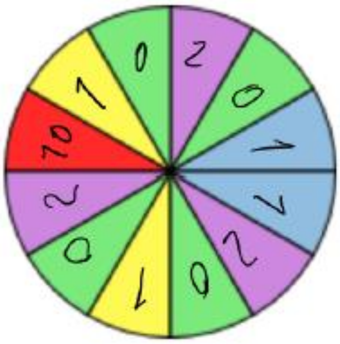
Lösung:
Aus Finnland dürfen 2 Fragen, aus Schweden darf eine Frage, aus Norwegen dürfen 2 Fragen und aus Russland darf eine Frage gestellt werden, wobei die Reihenfolge der Nationen beliebig ist, aber wenn eine Nation an der Reihe ist, müssen alle Fragen daraus formuliert werden.

Nach der Pressekonferenz geht Hunde An-Lainen in die Kantine, um sich zu stärken.
Es gibt heute das Sparmenü aus Suppe, Salat, Hauptspeise und Nachtisch.

d) Wie viele Kombinationen könnte er sich zusammenstellen, wenn er unter 2 Vorspeisen, 5 Salattellern, 4 Hauptgerichten und 6 Nachtischkreationen jeweils eines auswählt?

Lösung: $2\cdot5\cdot4\cdot6 = 240\left[Zusammenstellungen\right]$

e) Glücksspiel in der Kantine
Um sich etwas abzulenken, spiel Hunde An-Lainen am Glücksrad. Ein Spiel kostet 2 Euro.
Bleibt das Glücksrad auf einem grünen Feld stehen, gewinnt man nichts, auf einem gelben oder blauen Feld gewinnt man 1 Euro. Bei einem violetten Feld gewinnt man 2 Euro und auf dem roten Feld gewinnt man 10 Euro.
„Eigentlich ist das Spiel nicht sonderlich fair, aber man kann ja auch eine Menge ansahnen!“ denkt er sich und beginnt zu spielen.
Prüfen Sie die Vermutung „nicht fair“.



	Gewinn	Wahrscheinlichkeit
	0€	
	1€	
	2€	
	10€	

Farbe	grün	gelb	blau	violett	rot	
P	$\frac{4}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{1}{12}$	1
Auszahlung	0	1	1	2	10	

20

$$\mu(Auszahlung) = \frac{4}{12}\cdot 0 + \frac{2}{12}\cdot 1 + \frac{2}{12}\cdot 1 + \frac{3}{12}\cdot 2 + \frac{1}{12}\cdot 10 - 2 = -\frac{4}{12} < 0$$

Das Spiel wäre nicht fair, wenn der Gewinn als Auszahlung interpretiert würde.

Farbe	grün	gelb	blau	violett	rot	
P	$\frac{4}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{1}{12}$	1
Gewinn	-2	-1	-1	0	8	

$$\mu(Gewinn) = \frac{-8}{12} - \frac{2}{12} - \frac{2}{12} + \frac{1}{12}\cdot 8 = -\frac{4}{12} < 0$$

Hier die direkte Erwartungswertermittlung des Gewinns.

Aufgabe 7: **Mathematische Theorie und Rechenkunst**

a) Berechnen Sie $\left(\frac{1}{2}x+3\right)^8$ mit dem Binomischen Lehrsatz

$$\left(\frac{1}{2}x+3\right)^8$$

$$=\binom{8}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)^0\cdot 3^8+\binom{8}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)^1\cdot 3^7+\binom{8}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)^2\cdot 3^6+\binom{8}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)^3\cdot 3^5$$

$$+\binom{8}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)^4\cdot 3^4+\binom{8}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)^5\cdot 3^3+\binom{8}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)^6\cdot 3^2+\binom{8}{7}\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)^7\cdot 3+\binom{8}{8}\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)^8\cdot 3^0$$

$$=1\cdot 1\cdot 3^8+8\cdot\frac{1}{2}x\cdot 3^7+28\cdot\frac{1}{4}x^2\cdot 3^6+56\cdot\frac{1}{8}x^3\cdot 3^5+70\cdot\frac{1}{16}x^4\cdot 3^4+56\cdot\frac{1}{32}x^5\cdot 3^3$$

$$+28\cdot\frac{1}{64}x^6\cdot 3^2+8\cdot\frac{1}{128}x^7\cdot 3+1\cdot\frac{1}{256}x^8\cdot 1$$

$$=6.561+8.748x+5.103x^2+1.701x^3+354\frac{3}{8}x^4+47\frac{1}{4}x^5+3\frac{15}{16}x^6+\frac{3}{16}x^7+\frac{1}{256}x^8$$

b) Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen dem Binomialkoeffizient und dem Aufbau des Pascalschen Dreiecks.

⇨ Freie Antwort möglich – Ausgangspunkt $(a+b)^n$

c) Lösen Sie folgende Gleichungen zum Binomialkoeffizient:

(i) $\binom{n}{2}=190$

$$\binom{n}{2}=190 \rightarrow \frac{n\cdot(n-1)}{1\cdot 2}=190 \rightarrow n^2-n=380 \rightarrow n^2-n-380=0$$

$$\rightarrow n_1=(-19)\quad n.def. \qquad n_2=20$$

(ii) $\binom{n}{n-3}=\frac{1}{3}n$

$$\binom{n}{n-3}=\frac{1}{3}n \xrightarrow{Symmetrie} \binom{n}{3}=\frac{1}{3}n \rightarrow \frac{n\cdot(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}=\frac{1}{3}n$$

$$\rightarrow (n-1)(n-2)=2 \rightarrow n^2-3n+2=2 \rightarrow (n-3)n=0 \rightarrow n_1=0 \quad n_2=3$$