Wachstumsprozesse

Exponentielles Wachstum

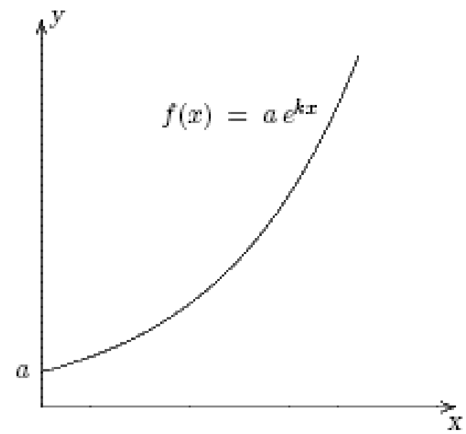
DGL $$f'(x) = k \cdot f(x)$$

Differenzengleichung

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{\Delta x} = k \cdot y_n$$

$$\Longrightarrow \quad y_{n+1} = y_n + k \cdot y_n \cdot \Delta x$$

Anfangswert: $y_0 = a$



Beschränktes Wachstum

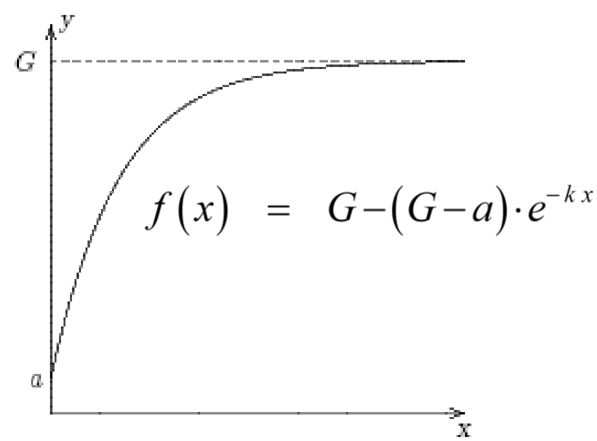
$$f'(x) = k \cdot (G - f(x))$$

Differenzengleichung

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{\Delta x} = k \cdot (G - y_n)$$

$$\Longrightarrow \quad y_{n+1} = y_n + k \cdot (G - y_n) \cdot \Delta x$$

Der Zuwachs ist stets ein Bruchteil der Differenz zur Grenze G.



Logistisches Wachstum

$$f'(x) = k \cdot (G - f(x)) \cdot f(x)$$

$$\Longrightarrow \quad y_{n+1} = y_n + k \cdot (G - y_n) \cdot y_n \cdot \Delta x$$

umgeformt: $$y_{n+1} = y_n \left(1 + k^* \cdot \frac{G - y_n}{G} \cdot \Delta x\right)$$

mit $k^* = k \cdot G$

Durch die Umformung ist das anfängliche (näherungsweise) exponentielle Wachstum mit der Wachstumsrate k^* zu erkennen. k^* wird mit einem Faktor multipliziert, der gegen null strebt.