

Lösen linearer Gleichungssysteme mit Hilfe des Gauß-Algorithmus bzw. der Cramer-Regel

Übungen 1

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der angegebenen linearen Gleichungssysteme mit dem Gauß-Algorithmus.

a)
$$\begin{aligned} 3x + y + z &= 10 \\ x + 2y + 3z &= 15 \\ -2x + y + 4z &= 15 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 9 \\ 4x + 2y + 3z &= -2 \\ -x - 2y - 2z &= -3 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} x + 5y - 2z &= 6 \\ -3x - y + z &= -1 \\ x + y + z &= 9 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} x + y + z &= -12 \\ -x + y + z &= -18 \\ -x + y - z &= -6 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} 3x + 8y - z &= -10 \\ 2x + 6y + z &= -3 \\ -x + 2y + 2z &= 9 \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} 4x + 10y - 3z &= 2 \\ 2x + 5y + 9z &= 4,5 \\ 8x + 15y - 18z &= -1 \end{aligned}$$

g)
$$\begin{aligned} -2x - 10y + 5z &= -7,5 \\ x - 2y - 6z &= 2 \\ -x - 3y + 6z &= -3 \end{aligned}$$

h)
$$\begin{aligned} 2x + 2y - 2z &= 6 \\ x - 1,2y + 3z &= -5 \\ 3x + y - 4z &= 11 \end{aligned}$$

Lösungen zur Kontrolle:

a) $L = \{(2; -1; 5)\}$ b) $L = \{(-5; -6; 10)\}$ e) $L = \{(-4; 0,5; 2)\}$ f) $L = \{(\frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{3})\}$
 c) $L = \{(1; 3; 5)\}$ d) $L = \{(3; -9; -6)\}$ g) $L = \{(3; 0,2; 0,1)\}$ h) $L = \{(1; 0; -2)\}$

Übungen 2

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der angegebenen linearen Gleichungssysteme mit der Cramerschen Regel.

a)
$$\begin{aligned} 3x + y + z &= 10 \\ x + 2y + 3z &= 15 \\ -2x + y + 4z &= 15 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 9 \\ 4x + 2y + 3z &= -2 \\ -x - 2y - 2z &= -3 \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} x + 5y - 2z &= 6 \\ -3x - y + z &= -1 \\ x + y + z &= 9 \end{aligned}$$

d)
$$\begin{aligned} x + y + z &= -12 \\ -x + y + z &= -18 \\ -x + y - z &= -6 \end{aligned}$$

e)
$$\begin{aligned} 3x + 8y - z &= -10 \\ 2x + 6y + z &= -3 \\ -x + 2y + 2z &= 9 \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} 4x + 10y - 3z &= 2 \\ 2x + 5y + 9z &= 4,5 \\ 8x + 15y - 18z &= -1 \end{aligned}$$

g)
$$\begin{aligned} -2x - 10y + 5z &= -7,5 \\ x - 2y - 6z &= 2 \\ -x - 3y + 6z &= -3 \end{aligned}$$

h)
$$\begin{aligned} 2x + 2y - 2z &= 6 \\ x - 1,2y + 3z &= -5 \\ 3x + y - 4z &= 11 \end{aligned}$$

Lösungen zur Kontrolle:

- a) $L = \{(2; -1; 5)\}$ b) $L = \{(-5; -6; 10)\}$
c) $L = \{(1; 3; 5)\}$ d) $L = \{(3; -9; -6)\}$
e) $L = \{(-4; 0,5; 2)\}$ f) $L = \{(\frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{3})\}$
g) $L = \{(3; 0,2; 0,1)\}$ h) $L = \{(1; 0; -2)\}$

Übungen 3

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der LGS nach beiden Verfahren.

- a) $16x + y - 3z = 23$ b) $3x + 6y + 2z = 3$
 $12x + 2y - 2z = 22$ $4x + 8y + 3z = -2$
 $8x + y - 2z = 11$ $-x - 2y + 3z = 5$
- c) $7x + 2y + 10z = 12$ d) $4x + 2y - 6z = 0$
 $10,5x + 3y + 15z = 18$ $5x + 10y - 8z = 7$
 $-14x + 4y - 20z = -24$ $-4x + y + 3z = 0$
- e) $15x + 12y + 21z = 5$ f) $5x + 3y + 10z = -6$
 $9x + 27y + 6z = 4$ $x + 2y + 2z = -4$
 $5x + 4y + 7z = 8$ $0,5x + y + z = -2$

Lösungen zur Kontrolle:

- a) $L = \{(2; 3; 4)\}$ b) $L = \{ \}$
c) $L = \{(\frac{12}{7} - \frac{10}{7}z; 0; z)\}$ d) $L = \{(1; 1; 1)\}$
e) $L = \{ \}$ f) $L = \{(-2z; -2; z)\}$