

# Übungen zur Kombinatorik

- 1.) Um einen Tisch stehen vier Stühle.  
Wie viele Möglichkeiten haben zwei Personen, sich an den Tisch zu setzen?

**LÖSUNG:** Die erste Person hat 4 Möglichkeiten, die zweite drei Möglichkeiten  
 $\Rightarrow 4 * 3 = 12$  verschiedene Möglichkeiten

- 2.) Fünf Hotelgäste sollen in zehn Einzelzimmern untergebracht werden.  
Auf wie viele verschiedene Arten ist dies möglich?

**LÖSUNG:** Die erste Hotelgast hat 10, der zweite neun, ... und der fünfte sechs Möglichkeiten  
 $\Rightarrow 10 * 9 * 8 * 7 * 6 = 30.240$  verschiedene Möglichkeiten

- 3.) Wie viele dreistellige Ziffern gibt es, die  
a) kleiner als 495  
b) größer als 611  
c) größer als 555 und kleiner als 777 sind?

**LÖSUNG:**

- a)  $494 - 99 = 395$   
b)  $999 - 611 = 388$   
c)  $776 - 555 = 221$

- 4.) Für eine Flagge aus drei Streifen stehen sechs unterschiedliche Farben zur Verfügung. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn  
a) alle Streifen unterschiedlich gefärbt sind?  
b) die beiden Randstreifen gleiche Farben besitzen?

**LÖSUNG:**

- a)  $6 * 5 * 4 = 120$   
b)  $6 * 5 = 30$

- 5.) Herr Wünschel und neun weitere Herren kegeln an jedem Wochenende. Nach jeder Kegelparty verabschieden sie sich voneinander mit einem Händedruck.  
Wie oft werden Hände geschüttelt, wenn jeder alleine nach Hause geht?

**LÖSUNG:** Summe der ersten 9 natürlichen Zahlen

$$\sum_{i=1}^9 i = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45$$

- 6.) Sechs Personen setzen sich  
 a) auf eine lange Bank.                      b) um einen runden Tisch.  
 Wie viele verschiedene Sitzordnungen sind jeweils möglich?

**LÖSUNG:**

a)  $6! = 720$

b) *Da es in einer geschlossenen Linie keinen Anfang gibt, folgt:*

$$\frac{6!}{6} = 5! = 120$$

- 7.) Vier Damen und vier Herren passieren nacheinander eine Drehtür.  
 a) Auf wie viele Arten können sie dies?  
 b) Wie viele Möglichkeiten verbleiben, wenn die vier Damen Vortritt haben?

**LÖSUNG:**

a)  $8! = 40.320$

b)  $4! * 4! = 576$

- 8.) Wie viele verschiedene sechsziffrige Zahlen gibt es, die zweimal die 4, dreimal die 5 und einmal die 8 enthalten?

**LÖSUNG:**  $\frac{6!}{2! \cdot 3! \cdot 1!} = 60$

- 9.) a) An einem runden Tisch sollen zehn Personen untergebracht werden, wobei drei bestimmte zusammenbleiben sollen.  
 Wie viele Möglichkeiten gibt es?  
 b) Wie viele Möglichkeiten ergeben sich auf einer langen Bank?

**LÖSUNG:**

a)  $3! * 7! = 40.320$

b)  $8 * 3! * 7! = 241.920$

*Die drei, die zusammenbleiben sollen, können auf 8 Platzkombinationen verteilt werden (1-3, 2-4, 3-5, ... , 8-10).*

- 10.) Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Aufstellung hat ein Fußballtrainer für die elf Spieler seiner Mannschaft, wenn nur der Torwart immer die gleiche Position einnimmt?

**LÖSUNG:**  $1 * 10! = 3.628.000$

- 11.) Bei einem Leichtathletikvergleichskampf zwischen drei Nationen starten beim 5000-m-Lauf von jeder Nation zwei Läufer.  
Wie viele unterschiedliche Reihenfolgen sind beim Zieleinlauf möglich
- a) bezüglich der Einzelsportler?                      b) bezüglich der Nationen?

**LÖSUNG:**

$$a) \quad 6! = 720$$

$$b) \quad \frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 90$$

- 12.) 20 verschiedene Zeitschriften sollen auf vier Tischen so ausgelegt werden, dass auf je zwei Tischen sechs, auf einen fünf und auf dem letzten drei Hefte liegen sollen. Wie viele verschiedene Aufteilungen sind möglich?

**LÖSUNG:**  $\frac{20!}{6! \cdot 6! \cdot 5! \cdot 3!} = 6,52 \cdot 10^9$

- 13.) Auf wie viele unterschiedliche Arten lassen sich die Buchstaben der Wörter
- |                |              |                 |
|----------------|--------------|-----------------|
| a) KOPF        | b) OTTO      | c) MOTTO        |
| d) MISSISSIPPI | e) TENNESSEE | f) ALLERLEI     |
| g) HARMONIE    | h) FLEGELEI  | h) RUDERREGATTA |
| i) PUPPE       | j) SONNE     | k) KOMMISSION   |
| l) MANN        | m) ZENSUR    | n) ANANAS       |
| o) STUTTGART   | p) EBENE     | q) KINDER       |

**LÖSUNG:**

$$a) \quad \frac{4!}{1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = 24$$

$$b) \quad \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$$

$$c) \quad \frac{5!}{1! \cdot 2! \cdot 2!} = 30$$

usw.; gleiche Elemente werden im Nenner als Fakultät erfasst

14.) Bestimmen Sie die Anzahl der verschiedenen Zahlen, die sich aus den folgenden Zahlen (durch Permutation) ergeben können:

a) 6 2 6

b) 2 3 4 4

c) 2 4 4 4

d) 1 2 3 4

e) 3 1 3 6 1

f) 5 5 5 5 5

**LÖSUNG:**

$$a) \frac{3!}{1! \cdot 2!} = 3$$

$$b) \frac{4!}{1! \cdot 1! \cdot 2!} = 12$$

$$c) \frac{4!}{1! \cdot 3!} = 8$$

$$d) \frac{4!}{1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = 24$$

$$e) \frac{5!}{1! \cdot 2! \cdot 2!} = 30$$

$$f) \frac{5!}{5!} = 1$$

15.) Karl ist Aufsichtsratsvorsitzender der Firma Schnick-Schnack AG. Neben ihm gehören noch vier Damen und vier Herren dem Gremium an. Bei ihren Sitzungen nehmen die neun Personen an einem runden Tisch Platz.

a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Sitzordnung gibt es, wenn

(i) keinerlei Einschränkungen gelten?

(ii) Die vier Damen immer nebeneinander sitzen?

(iii) Nur nach Damen und Herren unterschieden wird?

b) Karl sitzt heute separat, die anderen acht Mitglieder um den runden Tisch. Wie viele Möglichkeiten für eine bunte Reihe gibt es.

**LÖSUNG:**

$$a) \frac{9!}{9} = 8! = 40.320, \text{ da die } n \text{ Anfänge wegfallen}$$

$$4! \cdot 5! = 2.880$$

$$\frac{8!}{4! \cdot 5!} = 14$$

$$b) \frac{7!}{4! \cdot 3!} = 14$$

- 16.) Ein Diplomatenkoffer hat ein Kombinationsschloss aus vier Ziffern, wobei nur die Ziffern 1, 3, und 5 Verwendung finden und eine der drei Ziffern zweimal vorkommt. Wie viele verschiedene Ziffernkombinationen gibt es?

**LÖSUNG:** 
$$3 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 1! \cdot 1!} = 36$$

- 17.) Die Klasse GY 007 hat am Montag zwei Stunden Sport, eine Stunde Mathematik, zwei Stunden Deutsch und eine Stunde Englisch.  
Wie viele Möglichkeiten für den Stundenablauf gibt es an diesem Vormittag,
- wenn die Reihenfolge der Stunden beliebig ist?
  - wenn die beiden Sportstunden hintereinander liegen?
  - wenn die beiden Sportstunden in der 5. und 6. Stunde liegen?
  - wenn Sport und Deutsch jeweils als Doppelstunden abgehalten werden?

**LÖSUNG:**

a) 
$$\frac{6!}{2! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 1!} = 180$$

b) 
$$5 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 1! \cdot 1!} = 60$$

*Die zwei Sportstunden, die zusammenbleiben sollen, können auf 5 Stundenkombinationen verteilt werden (1-2, 2-3, 3-4, 4-5 und 5-6).*

c) 
$$1 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 1! \cdot 1!} = 12$$

d) 
$$\frac{4!}{1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = 24$$

Da alle Fächer als je ein Block angesehen werden.

- 18.) In der Dreierwette beim Pferderennen soll der Einlauf der ersten drei Pferde aus einem Starterfeld von zwölf Pferden vorausgesagt werden.  
Wie viele verschiedene Möglichkeiten des Einlaufes gibt es?

**LÖSUNG:** 
$$12 * 11 * 10 = 1.320$$

- 19.) Aus den Buchstaben des Wortes FLASCHENKORB sollen „Wörter“ mit fünf verschiedenen Buchstaben gebildet werden. Wie viele verschiedene Wörter sind möglich, wenn
- keine weiteren Bedingungen vorliegen?
  - nur Konsonanten verwendet werden?
  - die drei Vokale verwendet werden müssen?

**LÖSUNG:**

$$a) \frac{12!}{(12-5)!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 95.040$$

$$b) \frac{9!}{(9-5)!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 15.120$$

$$c) \frac{3!}{1! \cdot 1! \cdot 1!} \cdot \frac{9!}{(9-2)!} \cdot \binom{5}{2} = 6 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 10 = 5.020$$

- 20.) Ein Würfel wird viermal hintereinander geworfen. Wie viele verschiedene Ergebnisse gibt es, wenn
- keine Einschränkungen gelten?
  - nur gerade Augenzahlen auftreten?
  - nur ungerade Augenzahlen auftreten?
  - nur verschiedene Augenzahlen auftreten?

**LÖSUNG:**

$$a) 6^4 = 1.296$$

$$b) 3^4 = 81$$

$$c) 3^4 = 81$$

$$d) 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$$

- 21.) Eine Familie hat zwei Söhne und drei Töchter. Jeden Tag wird ausgelost, wer nach dem Essen abräumen muss. Wie viele verschiedene Reihenfolgen gibt es an den sechs Werktagen einer Woche, wenn
- keine weiteren Bedingungen vorliegen?
  - beide Söhne nie ausgelost werden?
  - nur die beiden Söhne ausgelost werden?

**LÖSUNG:**

$$a) 5^6 = 15.625$$

$$b) 3^6 = 729$$

$$c) 2^6 = 64$$

22.) Bei der Elferwette im Fußballtoto wird jedes der elf Spiele mit einer der Ziffern 0, 1 oder 2 versehen. Je nach Spielausgang tritt eine der Ziffern als Ergebnis auf.

- a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es?
- b) Wie viele völlig falsche Elferreihen gibt es?

**LÖSUNG:**

$$a) 3^{11} = 177.147 \quad b) 2^{11} = 2.048$$

23.) Fritz besitzt fünf Münzen von unterschiedlichem Wert.  
Auf wie viele Arten kann er sie auf seine beiden Hosentaschen verteilen?

**LÖSUNG:**  $2^5 = 32$ , da für jede Münze zwei Taschen zur Verfügung stehen.

24.) Die beiden Ziffern des Dualsystems sind 0 und 1. Wie viele verschiedene fünfstellige Zahlen kann es geben, wenn

- a) die 0 auch vorne stehen darf?
- b) die erste Ziffer immer eine 1 sein muss?

**LÖSUNG:**

$$a) 2^5 = 32 \quad b) 1 \cdot 2^4 = 16$$

25.) Bei der Erstellung von Graphiken im PC werden Farben bzw. Farbtöne nach der RGB-Technik erzeugt (Farbmischung aus den Grundfarben Rot - Grün - Blau).  
Wie viele Farbtöne können entstehen, wenn für jede Grundfarbe zwei Positionen existieren, die mit Hexadezimalzahlen besetzt werden.

**LÖSUNG:**  $16^6 = 16.777.216$

26.) Bei einem Preisausschreiben sind 50 richtige Lösungen eingegangen, es stehen aber nur vier gleichwertige Gewinne zur Verfügung. Wie viele Möglichkeiten der Gewinnverteilung gibt es?

**LÖSUNG:** 
$$\binom{50}{4} = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 230.300$$

27.) Von den 18 Vereinen der 1. Fußball-Bundesliga spielt jeder Verein gegen jeden.  
Wie viele Spiele pro Halbsaison gibt es?

**LÖSUNG:** 
$$\binom{18}{2} = \frac{18 \cdot 17}{2 \cdot 1} = 153$$

28.) Ein Ehepaar hat acht gute Bekannte. Sie möchten zu einem Fest fünf davon einladen. Auf wie viele verschiedene Arten ist dies möglich?

**LÖSUNG:** 
$$\binom{8}{5} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

29.) Bei einem Preisausschreiben des Tante-Emma-Ladens sind 80 richtige Lösungen eingegangen, es gibt aber nur drei Preise. Wie viele Möglichkeiten der Gewinnverteilung gibt es?

**LÖSUNG:** 
$$\binom{80}{3} = \frac{80 \cdot 79 \cdot 78}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 82.160$$

30.) Bei einem Einstellungstest müssen drei Aufgaben aus zwei Sachgebieten mit je vier bzw. fünf Aufgaben zur Auswahl bearbeitet werden, wobei aus jedem der beiden Gebiete mindestens eine Aufgabe stammen muss. Wie viele Möglichkeiten der Auswahl gibt es?

**LÖSUNG:** 
$$\binom{4}{2} \cdot \binom{5}{1} + \binom{4}{1} \cdot \binom{5}{2} = 40 + 30 = 70$$

31.) Nach der Landtagswahl besetzen die Parteien die Ausschüsse neu. Der A-Ausschuss besteht aus 16 Abgeordneten, neun aus Partei X, fünf aus Partei Y und zwei aus Partei Z, wobei Partei A 12 Kandidaten, Partei Y 10 und Partei Z sechs besitzt.

Wie viele verschiedene Ausschussbesetzungen sind möglich, wenn

- keinerlei Bedingungen gestellt sind?
- jede der drei Parteien ihren Sprecher und dessen Stellvertreter im Ausschuss haben will?

**LÖSUNG:**

a) 
$$\binom{12}{9} \cdot \binom{10}{5} \cdot \binom{6}{2} = 220 \cdot 252 \cdot 15 = 831.600$$

b) 
$$\binom{10}{7} \cdot \binom{8}{3} \cdot \binom{4}{0} = 120 \cdot 56 \cdot 1 = 6.720$$



32.) In einer Urne liegen zehn Kugeln, fünf rote, drei weiße und zwei gelbe. Es werden drei Kugeln gleichzeitig gezogen.

Wie viele verschiedene Zusammenstellungen sind möglich, wenn

- a) keine weiteren Einschränkungen gelten?
- b) alle Kugeln rot sein sollen?
- c) alle Kugeln verschiedene Farben haben sollen?
- d) Nur eine Kugel rot sein soll?

**LÖSUNG:**

$$a) \binom{10}{3} = 120$$

$$b) \binom{5}{3} = 10$$

$$c) \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} = 30$$

$$d) \binom{5}{1} \cdot \binom{5}{2} = 50$$

33.) Bei einer Prüfung werden einem Kandidaten zwölf Aufgaben vorgelegt, von denen er fünf bearbeiten muss.

Auf wie viele unterschiedliche Arten ist dies möglich?

**LÖSUNG:**

$$\binom{12}{5} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 792$$

34.) Ein Brett mit 4 x 4 quadratische Feldern wird gefärbt.

Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn

- a) jedes Feld nach freier Wahl schwarz oder weiß gefärbt wird?
- b) acht Felder weiß und acht Felder schwarz gefärbt werden?
- c) zwei Felder weiß, vier schwarz und zehn rot gefärbt werden?
- d) jedes Feld mit einer anderen von 16 verschiedenen Farben gefärbt wird?

**LÖSUNG:**

$$a) 2^{16} = 65.536 \quad b) \binom{16}{8} = 12.870$$

$$c) \binom{16}{2} \cdot \binom{14}{4} \cdot \binom{10}{10} = 120.120$$

$$d) 16! = 2,09 \cdot 10^{13}$$

35.) Eine Gesellschaft von zwölf Personen muss für eine Bootsfahrt auf drei Boote aufgeteilt werden. Das erste Boot fasst drei, das zweite vier und das dritte fünf Personen.

Auf wie viele verschiedene Arten kann die Gruppe auf die drei Boote aufgeteilt werden, wenn die dreiköpfige Familie Meier für die Überfahrt auf alle drei Boote verteilt wird?

**LÖSUNG:** 
$$\binom{9}{2} \cdot \binom{7}{3} \cdot \binom{4}{4} \cdot 3! = 7.560$$

36.) Sabine hat für die Zubereitung eines Salates acht verschiedene Zutaten in acht kleinen Schalen zur Verfügung.

a) Sie ordnet die Schalen in einer Reihe an.

Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Anordnung besitzt sie, wenn

(i) keinerlei Einschränkungen gelten?

(ii) zwei bestimmte immer nebeneinander stehen sollen?

**LÖSUNG:** (i)  $8! = 40.320$

(ii)  $2 \cdot 7 \cdot 6! = 10.080$

*Die zwei Schalen, die zusammenbleiben sollen, können auf 7 Arten verteilt werden (1-2, 2-3, 3-4, ... und 7-8).*

*Zudem muss die Reihenfolge 1-2 und 2-1 unterschieden werden.*

b) Für jeden Salat verwendet sie jeweils vier verschiedene Zutaten.

Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Zusammenstellung der Zutaten hat sie, wenn

(i) keinerlei Einschränkungen gelten?

(ii) zwei bestimmte Zutaten für jeden Salat verwendet werden?

**LÖSUNG:** (i)  $\binom{8}{4} = 70$

(ii)  $\binom{6}{2} = 15$

*Es können nur noch 2 Zutaten aus insgesamt 6 Zutaten ausgewählt werden.*