

Themen: Lösung (In)Homogener LGS und Lösungsverhalten; Determinanten

**Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!****Aufgabe 1:**

Gegeben seien folgende Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -k \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} k & 1 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & k \\ -1 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & k & -k \end{pmatrix}$$

10

- a) Bestimmen Sie die Werte der Determinanten der beiden Matrizen.  
 b) Für welchen Wert von  $k$  ist die **Matrix A** regulär (= invertierbar)?

**Aufgabe 2:**

Gegeben sei folgendes LGS:  $A_p \cdot \vec{x} = \vec{b}_p \rightarrow \begin{pmatrix} p & 1 & 2 \\ 2 & 1 & p \\ 1 & p & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ p-1 \end{pmatrix}$

30

- a) Zeigen Sie, dass die Determinante der Koeffizientenmatrix  $A_p$  folgende Form annehmen kann:  $\det(A_p) = -p^3 + 7p - 6$
- b) Ermitteln Sie die Inverse zur Matrix  $A_0$
- c) Wie lautet die Lösung des LGS  $A_0 \cdot \vec{x} = \vec{b}_0$ ?
- d) Für welchen Wert von  $p$ , nimmt das LGS  $A_p \cdot \vec{x} = \vec{b}_p$  folgende Lösung an  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ ?
- e) Für welche Werte von  $p$  hat das LGS  
 (i) genau eine Lösung?      (ii) unendlich viele Lösungen?      (iii) keine Lösungen?
- f) Lösen Sie die beiden LGS  $A_2 \cdot \vec{x} = \vec{0}$  und  $A_2 \cdot \vec{x} = \vec{b}_2$  und vergleichen Sie die Ergebnisse.

**Aufgabe 3:**

Bestimmen Sie die Ableitung und die Stammfunktion zur Funktion  $f(t)$  mit  $C_t = \begin{pmatrix} 1 & 2t & 1 \\ -e^{3t} & 0 & t \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

10

$$f(t) = \det(C_t) + (-2 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} 3t^2 \\ t \end{pmatrix}$$