12. Jgst.	1. Klausur	KA1_LKM 12/1 Pi/Mei
Klasse: BGY18	Fach: Mathematik / Leistungsfach	Datum: 18.09.2019
Name:	Rohpunkte: **100**	Notenpunkte:

Notieren Sie sämtliche Ansätze und Nebenrechnungen auf Ihren Bearbeitungsblättern!

Nummerieren Sie alle Seiten! Geben Sie Ihre Blätter in einer sinnvollen Ordnung ab!

Aufgabe 1 — *16 [4 – 4 – 4 – 4]*

Bestimmen Sie die 1. Ableitung der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = \left(1 - x^3\right)^2$

b) $g(x) = \sqrt{x} \cdot \left(2x^2 + 5x - 9\right)$

c) $h_k(x) = \dfrac{kx^5 - 4x^2}{x^3}$

d) $p_k(x) = \dfrac{\sqrt{x^{2n}}}{2k^2} \cdot \left(x^2 - 4kx\right)$

Aufgabe 2 — *18 [3 – 12 – 3]*

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x) = x^2 \cdot \left(2a - x^2\right) \quad mit\ a > 0$

a) Ermitteln Sie die 1. und 2. Ableitung und zeigen Sie, dass gilt: $f_a'''(x) = -24x$

b) Bestimmen Sie Art und Lage der Extrema und untersuchen Sie, ob die Funktionen Wendestellen haben können.

Zwischenergebnis für die Extremstellen: $x_1 = 0 \quad und \quad x_{2/3} = \pm\sqrt{a}$

c) Bestimmen Sie die Ortskurve der Hochpunkte im 1. Quadranten!

Aufgabe 3	**24 [3 – 5 – 4 – 6 – 4 – 2]**

Gegeben ist die Funktionenschar

$$f_s(x) = s \cdot x^3 - (s+1)x \quad mit\ x \in \Re\ und\ s > 0$$

a) Zeigen Sie, dass $f_s'(x) = 3sx^2 - s - 1$ gilt und bestimmen Sie die 2. Ableitung.

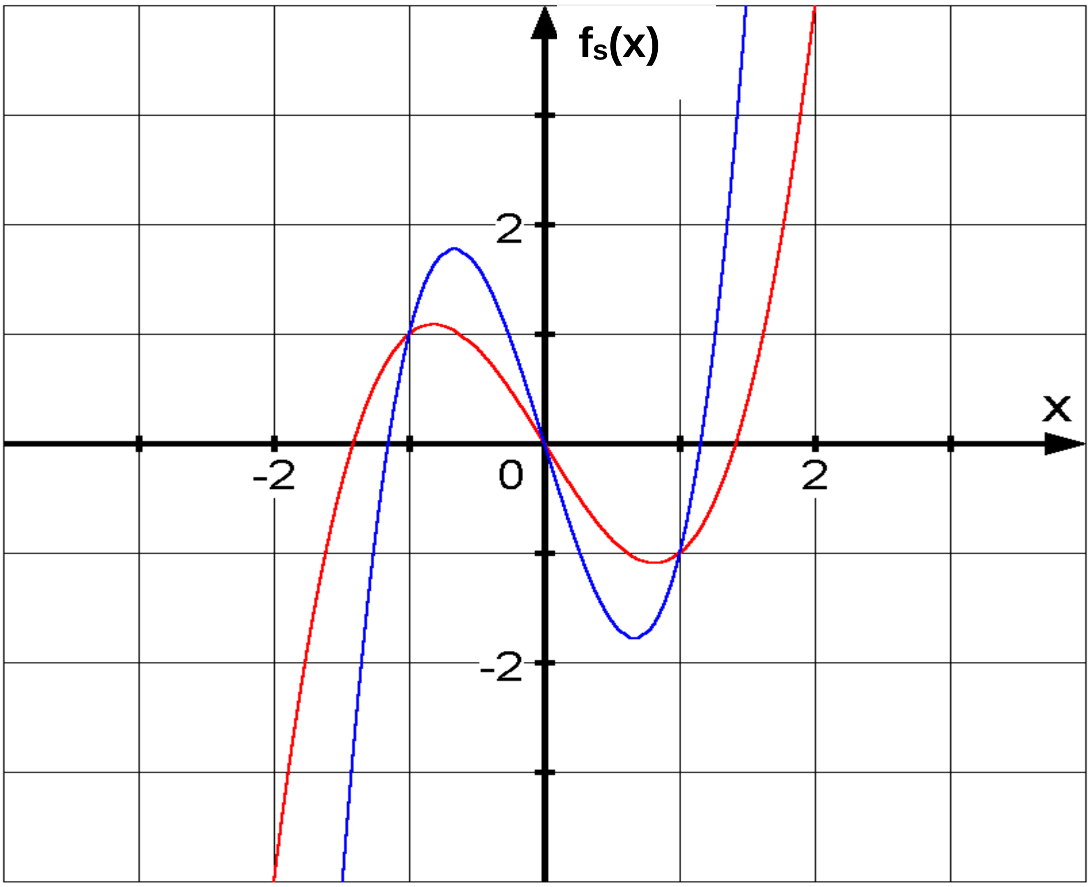
b) Bestimmen Sie die Tiefpunktstelle in Abhängigkeit der Scharvariablen s.

c) Ermitteln Sie für **s = 2** den Funktionswerts des **Hoch**punkts.
Begründen Sie hier kurz, warum Ihnen das Ergebnis aus Teil b) helfen könnte.

d) Ermitteln Sie Tangente und Normale an der Stelle x = 1 in Abhängigkeit von s.

e) In der Abb. unten sind die Graphen zu s = 1 und s = 3 gezeichnet. Kennzeichnen Sie in der Abb. welcher Graph zu welchem Parameterwert gehört!
Begründen Sie Ihre Entscheidung!

f) Es sei nun auch s < 0 möglich.
Beschreiben Sie den Graphen für s = -5 anhand einer charakteristischen Eigenschaft.



Aufgabe 4	**42 [2 – 4 – 8 – 4 – 4 – 5 – 6 - 9]**

Gegeben ist die Funktionenschar

$$f_k(x) = \frac{1}{9}x^4 - \left(\frac{k}{9}+1\right)x^2 + k \quad mit\ k \in \Re$$

a) Untersuchen Sie die Funktionen auf Symmetrie!

b) Zeigen Sie, dass man $f_k(x)$ auch in der Form

$$f_k(x) = \frac{1}{9}\left(x^2 - k\right)\left(x^2 - 9\right)$$

schreiben kann. Welchen Vorteil hat diese Darstellungsart?

c) Ermitteln Sie die Nullstellen und ihre Vielfachheit in Abhängigkeit von k und geben Sie diese an.

d) Zu welchen Parameterwerten gehören die nebenstehenden abgebildeten Funktionen?
Begründung erforderlich!

e) Begründen bzw. Erläutern Sie, dass gilt:

$$f_k{}'(x) = \frac{4}{9}x^3 - 2\left(\frac{k}{9}+1\right)x \quad \text{und} \quad f_k{}''(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{2k}{9} - 2$$

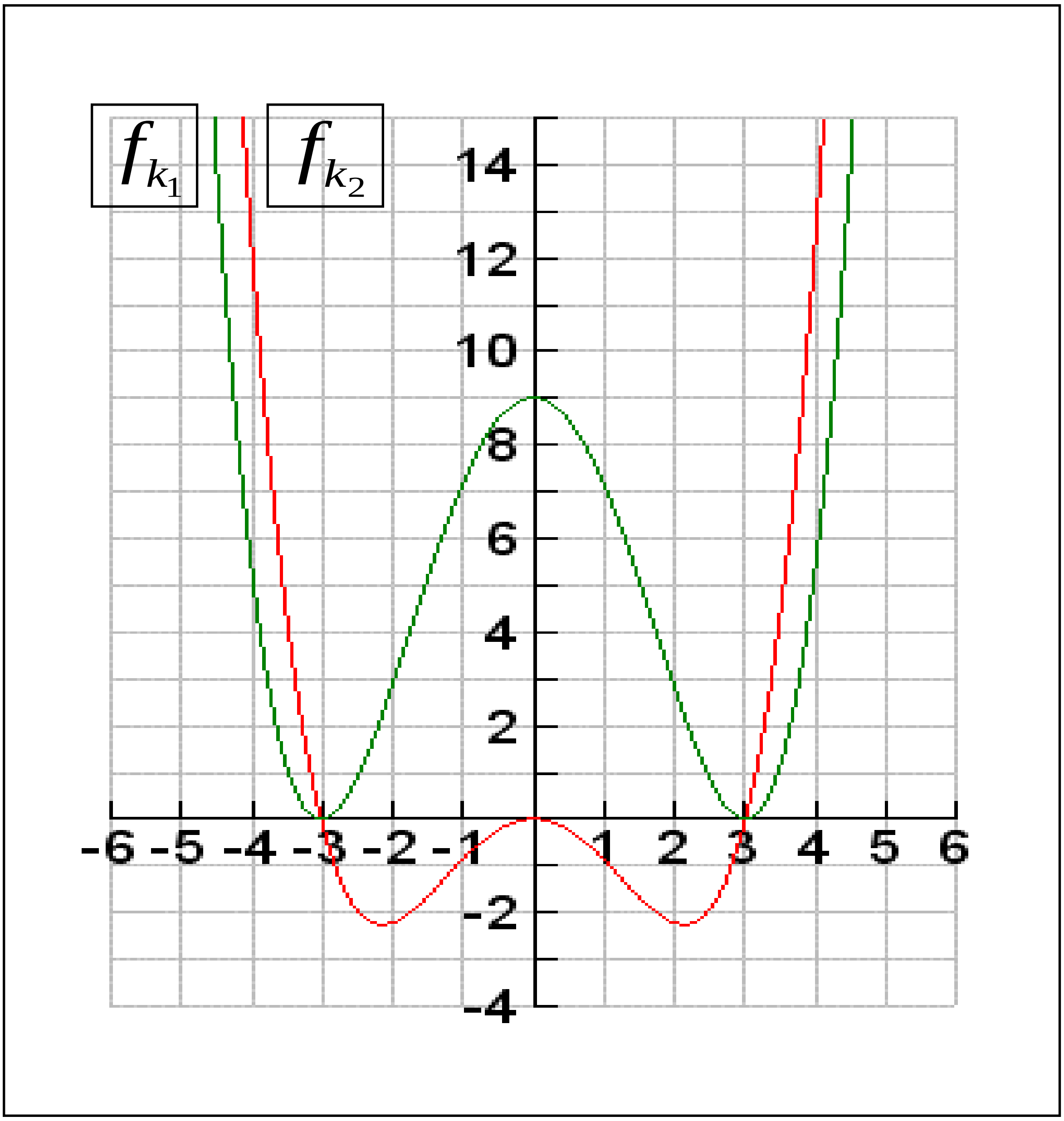
f) Zeigen Sie, dass die von k abhängigen, möglichen Extremstellen folgende

Form haben können: $x_{1/2} = \frac{\sqrt{2k+18}}{2}$

=> Kommentieren Sie bitte Ihre Zwischenschritte(!)
=> Gibt es noch weitere Extrema?

g) Argumentieren Sie auf analytisch-mathematischer Basis, dass für **k = - 9** ein Extremum vorliegt und bestimmen Sie die Art des Extremums.

h) Führen Sie mittels Fallunterscheidung eine Analyse bezüglich der Anzahl unterschiedlicher Extrema in Abhängigkeit von k durch.



Viel Erfolg !!!