

12. Jgst.	Mathematik / Leistungsfach	KA3_LKM 12/2 Pi/Mei
Klasse: BGY18	3. Kursarbeit (Nachtermin)	Datum: 10.06.2020
Name:	Rohpunkte: 100	Notenpunkte:

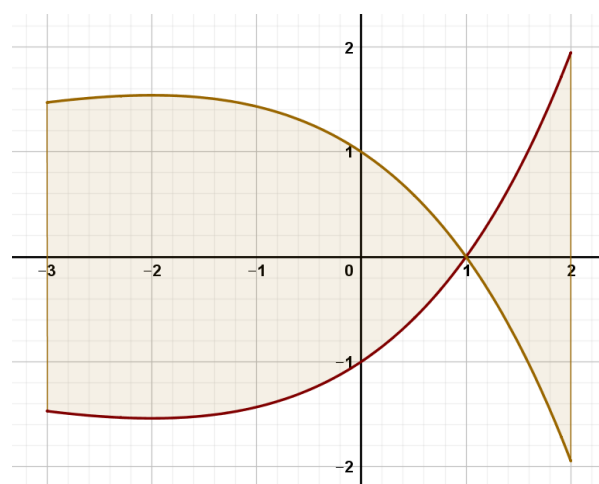
**Notieren Sie sämtliche Ansätze und Nebenrechnungen auf Ihren Bearbeitungsblättern!
 Nummerieren Sie alle Seiten! Geben Sie Ihre Blätter in einer sinnvollen Ordnung ab!**

Aufgabe 1: Funktionenschar Exponentialfunktionen 50 [4 - 6 - 8 - 6 - 4 - 3 - 7 - 4 - 8]

Gegeben ist die Funktionenschar $f_k(x) = (x - k)e^{\frac{1}{3}x}$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $k > 0$

- a) Berechnen Sie die Schnittpunkte der Funktionenschar $f_k(x)$ mit den Koordinatenachsen.
- b) Beurteilen Sie das Grenzwertverhalten der Funktion an den Rändern des Def.-Bereichs.
- c) Zeigen Sie, dass die 1. und 2. Ableitung folgende Formen haben kann:

$$f_k'(x) = \frac{1}{3}e^{\frac{1}{3}x}(x - k + 3) \quad f_k''(x) = \frac{1}{9}e^{\frac{1}{3}x}(x - k + 6)$$
- d) Bestimmen Sie Lage und Art der Extrempunkte der Schar Kurven.
- e) Betrachtet werden soll die Funktion nun im Intervall $D = [-3 ; 2]$.
 Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente in Abhängigkeit von k an der Stelle $x = 0$.
- f) Für welchen Wert des Parameters k ist der Ausschnitt des Graphen der Funktion $f_k(x)$ hier dargestellt? Beschriften Sie den Verlauf mit $f_k(x)$ und bestimmen Sie auch die Funktionsvorschrift des gespiegelten Kurvenverlaufs.

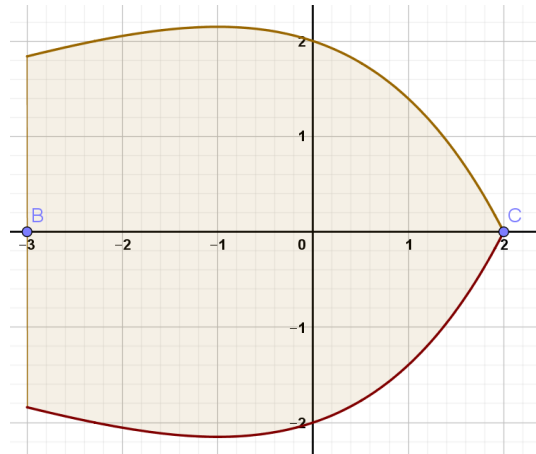


Sei für die folgenden Fragestellungen sei $k = 2$:

- g) Zeigen Sie mittels **Integralrechnung**, dass eine Stammfunktion von $f_2(x)$ wie folgt lautet:

$$F_2(x) = 3(x - 5)e^{\frac{1}{3}x}$$

- h) Bestimmen Sie die Fläche zwischen der Funktion $f_2(x)$ und dem gespiegelten Verlauf im wie in der Abbildung angezeigten Definitionsbereich.



- i) In den Graphen der Funktion $f_2(x)$ soll ein Dreieck derart eingeschrieben werden, dass zwei Eckpunkte auf der Grundlinie (=x-Achse) durch die Punkte B und C festgelegt sind und sich die Spitze des Dreiecks auf der Funktion befindet.

Ermitteln Sie den gesuchten Punkt A so, dass das Dreieck maximalen Flächeninhalt besitzt.

Zeigen Sie auch, dass es sich um ein Maximum handelt und berechnen Sie die Fläche.

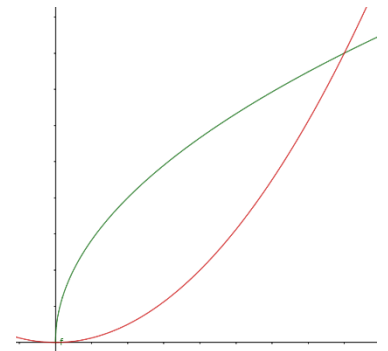
Aufgabe 2: Integralrechnung

30 [8 – 6 – 16 (5 – 5 – 4 – 2)]

Teil 1: Fläche zwischen Funktionen

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = 2 \cdot \sqrt{x}$ und $g(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2$

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von den Graphen der beiden Funktionen eingeschlossen wird.



Teil 2: Integralgleichungen

Bestimmen Sie alle (möglichen) Integrationsgrenzen, so dass die Integralgleichung erfüllt ist.

$$\int_{-a}^a (x^2 - 6) dx = 0$$

Teil 3: Integrationsverfahren

Bestimmen Sie die Menge der Stammfunktionen $F(x)$ zu folgenden Funktionen $f(x)$:

a) $f(x) = \ln(x)$

b) $f(x) = x \cdot e^{-x^2}$

c) $f(x) = \cos(x) \cdot \sin(x)$

- d) Begründen Sie, warum diese Darstellung $\int g(x) \cdot g'(x) dx = \frac{1}{2} [g(x)]^2 + c$ für die Lösung von Teilaufgabe c) hilfreich ist.

Hinweis: Bearbeiten Sie von den folgenden beiden Aufgaben nur eine – also 3 oder 4!!!

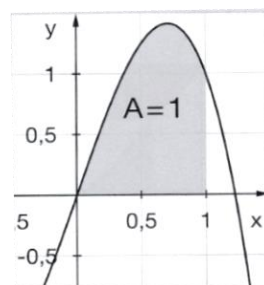
Aufgabe 3: Rekonstruktion ganzrationaler Funktionen

20 [10 – 10]

a)

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch den Punkt $P(-1/-1)$ und besitzt im Ursprung einen Wendepunkt.

Außerdem ist folgende (Teil)Fläche des Graphen mit der Abszisse bekannt.



Bestimmen Sie den Funktionsterm.

b)

In einem 100m langen Tunnel mit parabelförmiger Wölbung sollen Ventilatoren angebracht werden, welche die Belüftung des Tunnels gewährleisten.

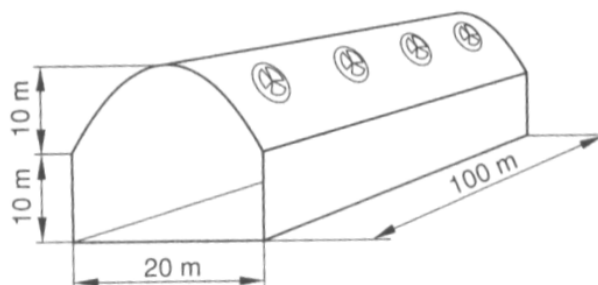
Ein Ventilator ist in der Lage pro Stunde 1000 Kubikmeter auszutauschen.

(i) Bestimmen Sie den Funktionsterm des Parabelbogens auf der Basis der vorgegebenen Daten.

(ii) Wie viele Ventilatoren sind nötig, damit jede Stunde ein kompletter Luftaustausch stattfindet.

Hinweis: Mögliches Ergebnis für den Funktionsterm des Parabelbogens:

$$f(x) = 10 \cdot \left(-\frac{1}{100}x^2 + 1 \right)$$



Aufgabe 4: Matrizenrechnung

20 [4 – 4 – 4 – 4 – 4]

Gegeben sind folgende Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & t \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ t & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & t \\ -t & 4 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie nun folgende Ausdrücke:

a) $A + 2C$ b) $3A * B$ c) $A * C^T$ d) D^2

e) Warum gelten die Binomischen Formeln i.A. bei der Matrizenrechnung nicht?
Begründen Sie mit Beispielen und Erklärung.