

Thema: Gebr.-rat. Fkt. (K-Disk); Rekonstruktion;  
Tangenten; Ableitungen

Name:

Punkte:

Note:

**Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!**

**Aufgabe 1: Ableitungen**

8

Bilden Sie die 1. und 2. Ableitung zu folgender Funktion:  $f(x) = \frac{x-1}{x+3}$

Vereinfachungen bitte nur soweit sinnvoll und ...

⇒ **bei der Quotientenregel bitte den Nenner nicht faktorisieren**

**Aufgabe 2: Rekonstruktion**

8

Bilden Sie die gebrochen-rationalen Funktionen aufgrund der Beschreibung  
(bitte den kleinstmöglichen Grad konstruieren):

a) Pol mit VZW an der Stelle  $x = 2$ ; Nullstelle bei  $x = 3$ ; Asymptote:  $a(x) = 4$

b) Pol ohne VZW an der Stelle  $x = -2$ ; Nullstellen bei  $x = 4$  und  $x = -1$ ; Lücke bei  $L(5/0)$

**Aufgabe 3: Analyse zu gebr.-rat. Funktionen**

10

a) Zeigen Sie, dass es sich bei den Schnittpunkten der Graphen von

$f(x) = \frac{4}{x^2}$  und  $g(x) = 2 - \frac{x^2}{4}$  um Berührungspunkte handelt.

**Aufgabe 4: Kurvenuntersuchung zu gebr.-rat. Funktionen**

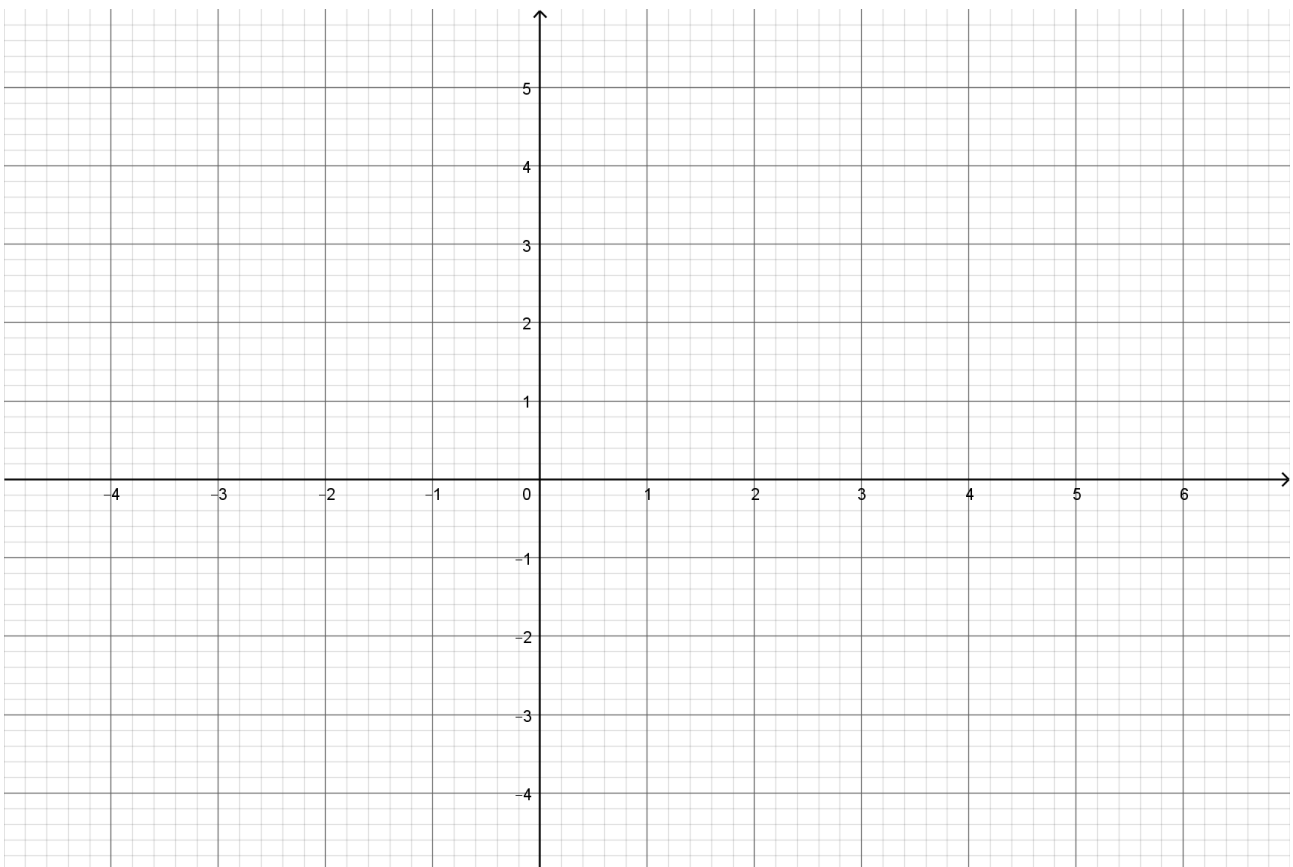
Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 2x}$

Führen Sie eine Kurvenuntersuchung aus, in dem Sie folgende Kriterien analysieren:

- a) Bestimmung der Nullstelle(n), Polstelle(n) und Lücke(n) aufgrund der Nullstellenanalyse von Zähler und Nenner.
- b) Ermitteln Sie die Asymptote der Funktion.
- c) Führen Sie eine Analyse zur Symmetrie der Funktion durch.
- d) Bestätigung der folgenden Formen der Ableitungen:

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1-x}{(x^2-2x)^2} \quad \text{und} \quad f''(x) = \frac{6x^2-12x+8}{(x^2-2x)^3}$$

- e) Zeigen Sie, dass die Funktion genau ein Extremum besitzt und bestimmen den Punkt.
- f) Begründen Sie die Korrektheit der Aussage: **Die Funktion besitzt keine Wendestellen!**
- g) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion in  $x = 3$ .
- h) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f(x)$ , die Polgeraden, die Asymptote und die Tangente in das gegebene Koordinatensystem.



**Zusatzaufgabe:**

Ab welchen ganzzahligen Werten für  $x$  ist der Abstand der Funktion zur Asymptote

kleiner als  $\varepsilon = \frac{1}{1.000}$  ?