

Thema: Lineare Optimierung (Simplex-Verfahren)

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Aufgabe 1: Simplexalgorithmus

30

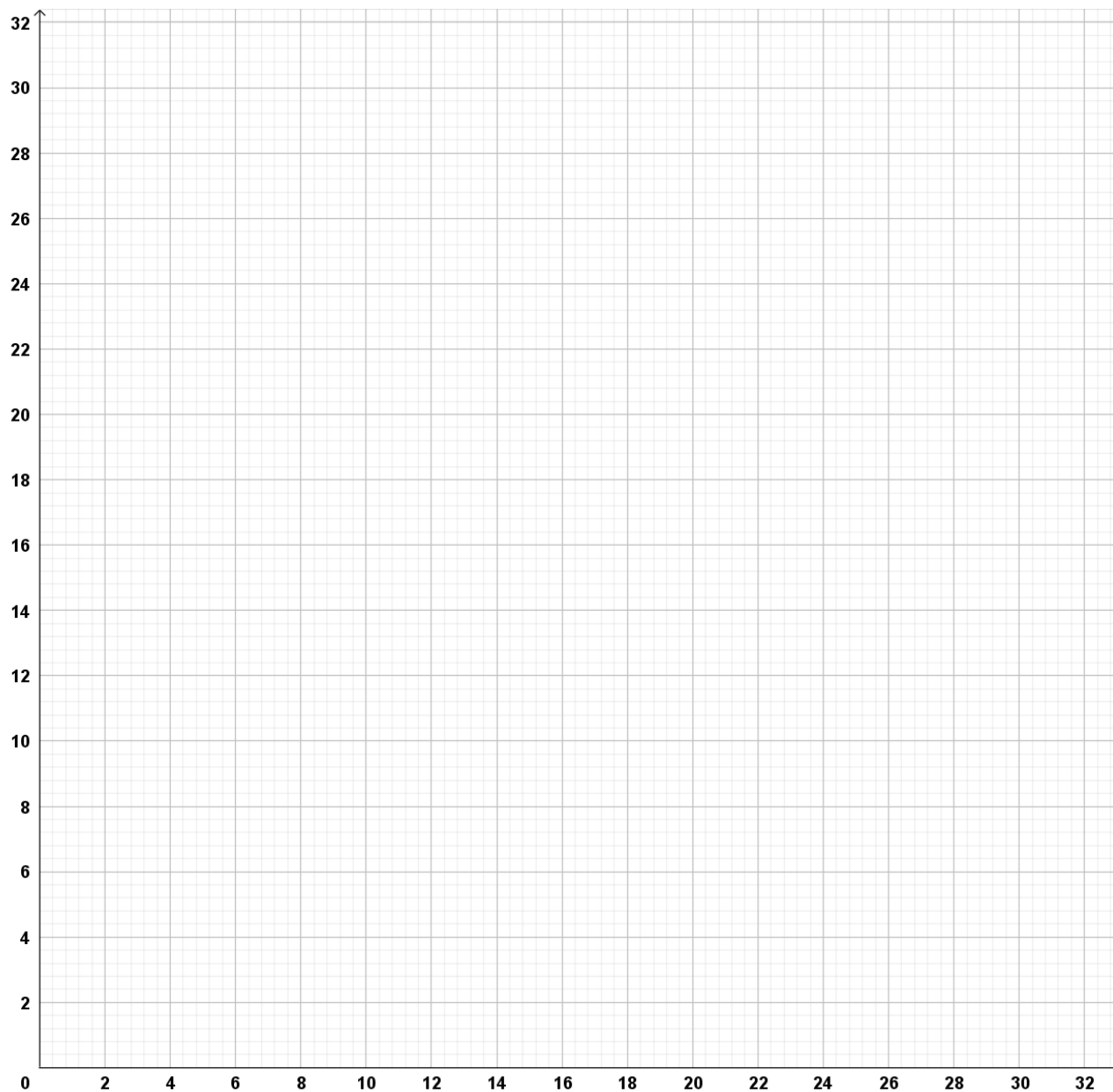
(1) $5x + 5y \leq 75$

(2) $2x + 4y \leq 50$

(3) $5x + 2y \leq 60$

$ZF \quad f(x, y) = 10x + 14y \rightarrow \max.$

	x	y	u ₁	u ₂	u ₃	b	Umformung
I							
II							
III							
Z							
I							
II							
III							
Z							
I							
II							
III							
Z							
I							
II							
III							
Z							
I							
II							
III							
Z							



Aufgabe 1: Lösung Simplexalgorithmus und graphische Lösung

(1) $5x + 5y \leq 75$

(2) $2x + 4y \leq 50$

(3) $5x + 2y \leq 60$

ZF $f(x, y) = 10x + 14y \rightarrow \max.$

	x	y	u_1	u_2	u_3	b	
i	5	5	1	0	0	75	$75/5 = 15$
ii	2	4	0	1	0	50	$50/4 = 12,5 \rightarrow ii/4$
iii	5	2	0	0	1	60	$60/2 = 30$
ZF	10	14	0	0	0	Z	

	x	y	u_1	u_2	u_3	b	
i	5	5	1	0	0	75	$i - 5ii$
ii	0,5	1	0	0,25	0	12,5	
iii	5	2	0	0	1	60	$iii - 2ii$
ZF	10	14	0	0	0	Z	$ZF - 14ii$

	x	y	u_1	u_2	u_3	b	
i	2,5	0	1	-1,25	0	12,5	$12,5/2,5 = 5 \rightarrow i/\frac{5}{2}$
ii	0,5	1	0	0,25	0	12,5	$12,5/0,5 = 25$
iii	4	0	0	-0,5	1	35	$35/4 = 8,75$
ZF	3	0	0	-3,5	0	Z - 175	

	x	y	u_1	u_2	u_3	b	
i	1	0	0,4	-0,5	0	5	
ii	0,5	1	0	0,25	0	12,5	$ii - 0,5i$
iii	4	0	0	-0,5	1	35	$iii - 4i$
ZF	3	0	0	-3,5	0	Z - 175	$ZF - 3i$

	x	y	u_1	u_2	u_3	b	
i	1	0	0,4	-0,5	0	5	
ii	0	1	-0,2	0,5	0	10	
iii	0	0	-1,6	1,5	1	15	
ZF	0	0	-1,2	-2	0	Z - 190	

Lösung: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 15 \end{pmatrix}$ mit $f_{\max}(5, 10) = 190$

Lösung:



Aufgabe 2: Graphische Lösung

Ein Dozent hält Vorlesungen in den Fachrichtungen Jura und BWL. Die Aufteilung der Lehrtätigkeit auf die beiden Fachrichtungen ermittelt der Dozent mit Methoden der linearen Optimierung. Ihm stehen pro Monat 48 Stunden zur Verfügung, um seine Vorlesungen zu halten. Zudem verfügt der Dozent monatlich über 54 Stunden zur Vorbereitung der Vorlesungen. Sowohl Jura-Vorlesungen, als auch BWL-Vorlesungen haben eine Dauer von jeweils 4 Stunden. Für die Vorbereitung einer Jura-Vorlesung benötigt er 3 Stunden, während eine BWL-Vorlesung in 6 Stunden vorbereitet ist. Der Dozent muss darüber hinaus mindestens 2 und maximal 9 Jura-Vorlesungen pro Monat halten. Er erzielt einen Gewinn von 36 GE für jede gehaltene Jura-Vorlesung und 72 GE für jede gehaltene BWL-Vorlesung. Der Dozent ist bestrebt, den monatlichen Gesamtgewinn aus seiner Lehrtätigkeit zu maximieren. Die Auftragslage des Dozenten kann dabei als sicher angenommen werden. Zudem ist die übliche Nichtnegativitätsbedingung für BWL-Vorlesungen einzuhalten.

a)

Formulieren Sie das Maximierungsproblem des Dozenten durch eine geeignete Zielfunktion und ein System von Restriktionen (Ungleichungen).

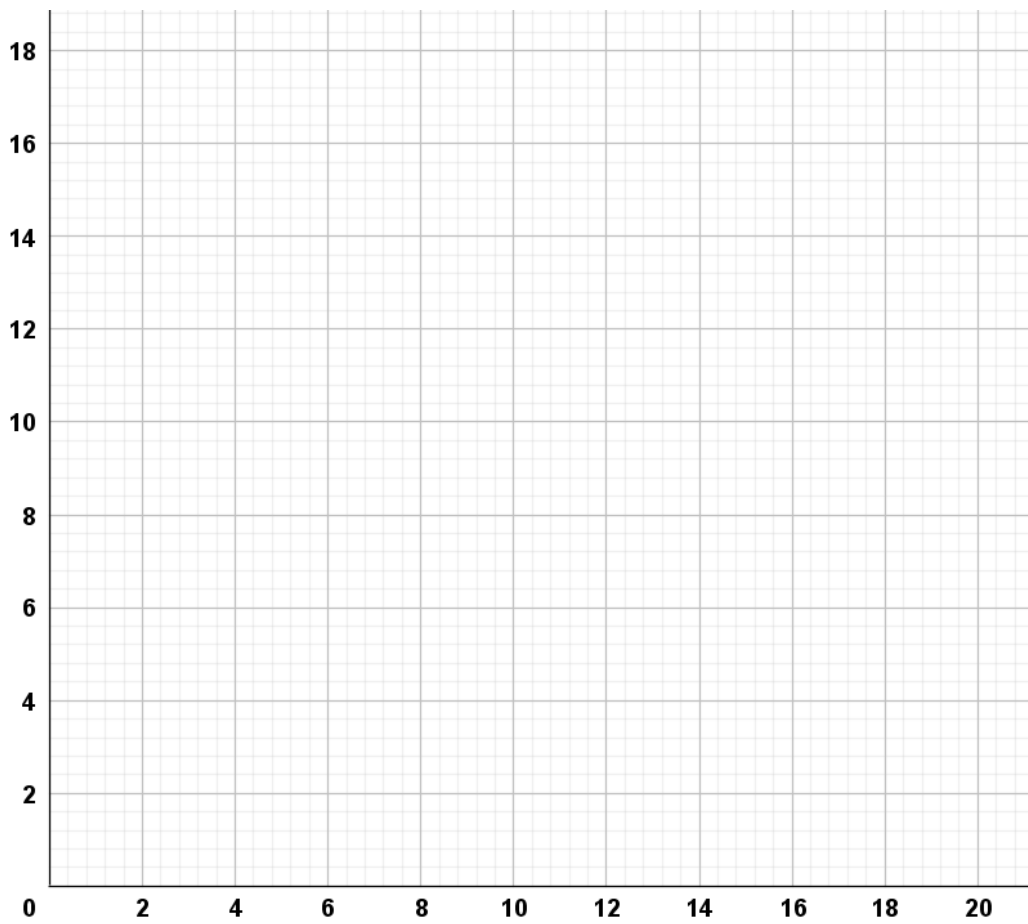
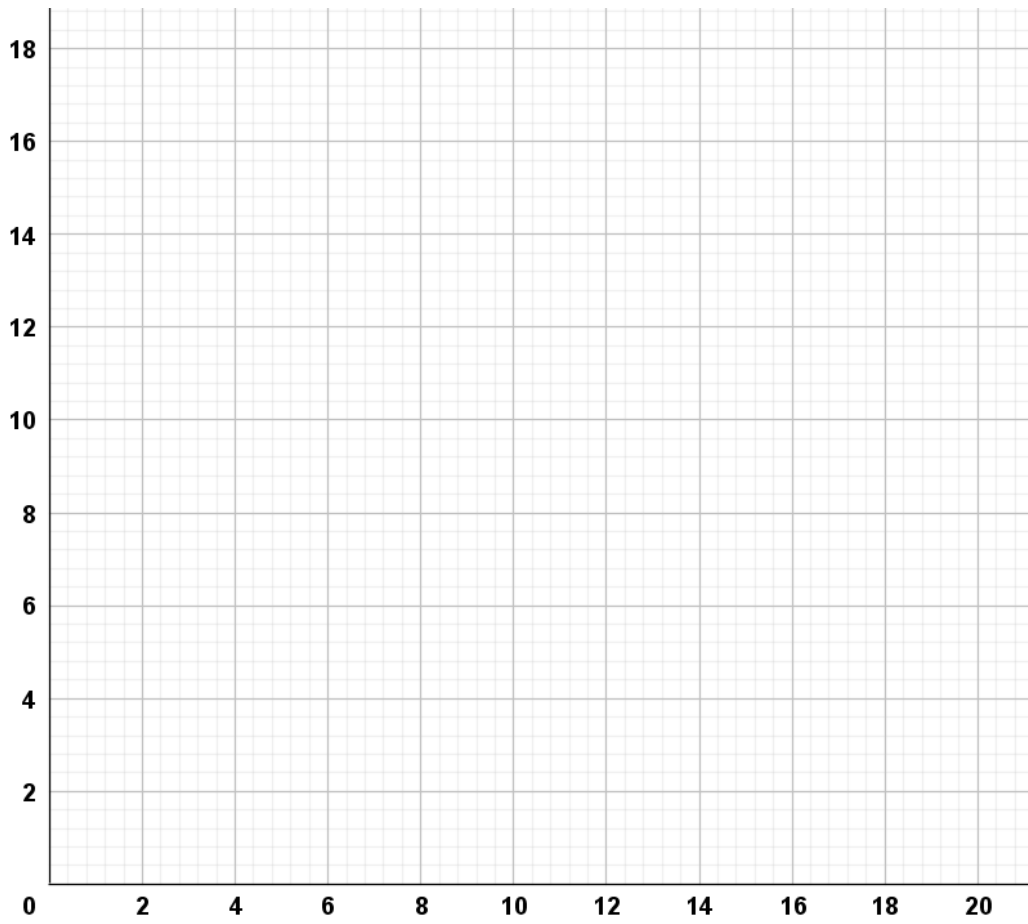
b)

Erstellen Sie eine geeignete Zeichnung, aus der sich die Menge der realisierbaren Kombinationen beider Vorlesungen (Möglichkeitenmenge) für den Dozenten ablesen lässt.

Lösen Sie das Maximierungsproblem des Dozenten aus a) mit der grafischen Methode des Eckenvergleichs oder durch Einzeichnen der Isogewinnlinien. Welche Aufteilung der beiden Vorlesungen sollte der Dozent wählen?

c)

In Abwandlung zur bisherigen Aufgabenstellung kann der Dozent einen Gewinn von 50 GE je gehaltener Jura-Vorlesung und 40 GE je gehaltener BWL-Vorlesung erzielen, bei ansonsten gleichen Prämissen. Bestimmen Sie die gewinnmaximierende Aufteilung der beiden Vorlesungen.



Aufgabe 2: Graphische Lösung und Beantwortung der Fragen

a)

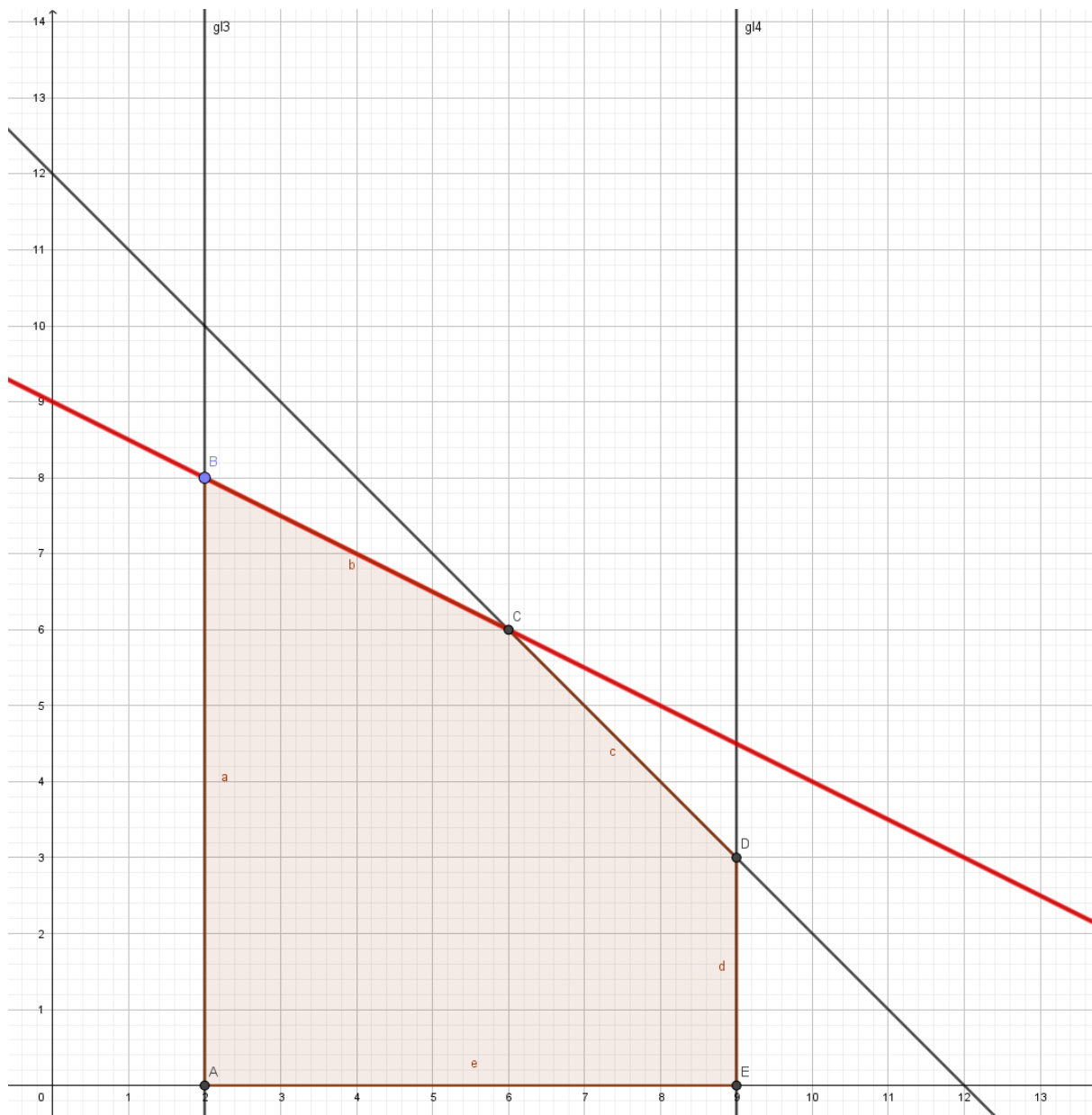
(1) $4x + 4y \leq 48$

(2) $3x + 6y \leq 54$

(3) $2 \leq x \leq 9$

ZF $f(x, y) = 36x + 72y \rightarrow \max.$

b)



Die maximale Lösung ist ein Punkt auf der Strecke zwischen den Punkten B und C.

Der Gewinn beträgt 648 GE.

c)

$$(1) \quad 4x + 4y \leq 48$$

$$(2) \quad 3x + 6y \leq 54$$

$$(3) \quad 2 \leq x \leq 9$$

$$\text{ZF } f(x, y) = 50x + 40y \rightarrow \max.$$

