**Klausur Wirtschaftsmathematik**

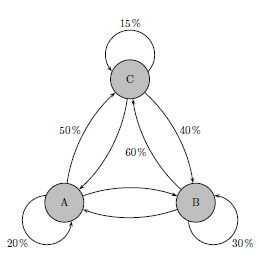
**Fakultät für Technik**

**Studiengang**: Integrated Engineering Datum: 20.12.2021

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Matrikelnummer:** |  | | | **Dozent: Jürgen Meisel** | |
| **Kurs: TIE 19 EN1** | | **Semester:** | 4 |  |  |
| **Hilfsmittel: *Wiss. TR (nicht programmierbar) und***  ***Formelsammlung*** | | | | **Bearbeitungszeit: 90 min.** | |
| **Bewertung:** | Maximale Punktzahl: 90 | | | Erreichte Punktzahl: |  |
| **Prozente:** | ................ | | | Signum: ................ | |
| **Anmerkungen:** | ***Von 7 gestellten Aufgaben müssen 6 ausgewählt und bearbeitet werden.*** | | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Aufgabennummer** |  | **maximale**  **Punkte** | **erreichte**  **Punkte** | **Bemerkungen** |
| **A 1:**  **Übergangsmatrizen und stat. Gleichgewicht** |  | **15** |  |  |
| **A 2:**  **Leontief-Modell** |  | **15** |  |  |
| **A 3:**  **Diff.-Rg I (Extrema ohne NB)** |  | **15** |  |  |
| **A 4:**  **Diff.-Rg II (Extrema mit NB)** |  | **15** |  |  |
| **A 5:**  **Dynamische Investitionsrechnung (C0-Methode/Interner ZF)** |  | **15** |  |  |
| **A 6:**  **Statistik I**  **Mittelwerte & Streumaße;**  **Korrelation & Regression** |  | **15** |  |  |
| **A 7:**  **Statistik II**  **Preisindexberechnung/ Warenkorbmethode** |  | **15** |  |  |
| **Summe** |  | **90** |  |  |

**Klausur QR-Methoden (20.12.2021)**

1. **Matrizen und Vektoren:**

**Übergangsmatrizen & Statisches Gleichgewicht**

Gegeben Sie ein Diagramm eines dynamischen

Wechsel- bzw. Austauschprozesses hat folgendes

Aussehen:

1. Bilden Sie die Übergangsmatrix.
2. Bestimmen Sie das statische Gleichgewicht

prozentual **und** für n = 2680 [Personen].

Es ist die aktuelle Verteilung wie folgt gegeben: 

1. Wie lautet  , wenn man von konstantem Übergangsverhalten ausgehen kann?
2. Zeigen Sie, dass man mit diesen Daten keinen Zustand für das Vorjahr 2019 ermitteln kann.

Lösung:







1. **Leontief-Modell**

Die drei Zweigwerke (**A)**mmel, (**B)**ogel und (**C)**helsius des Unternehmens „Rasch und Ruh GmbH“

sind durch gegenseitigen Austausch nach dem Leontief-Modell miteinander verbunden.



1. Bestimmen Sie die Werte für a, b und c und den Konsum, wenn folgende

Technologiematrix gegeben ist:



1. Die Leontief-Inverse hat folgende Form: 

Bestimmen Sie den Wert für den Parameter p.

1. Welche Produktionsmengen müssen in den jeweiligen Zweigwerken produziert werden,

wenn mit einer externen Nachfrage von  kalkuliert wird und der Para-

meterwert **p = 52** betragen soll?

1. Laut einer Marktanalyse soll sich die Nachfrage nach den Produkten der drei Zweigwerke

in den kommenden 12 Monaten entsprechend dem folgenden Konsumvektor gestalten:



Die Produkte aus **Zweigwerk A werden zu 300 GE**, von **Zweigwerk B zu 200 GE** und von **Zweigwerk C zu 100 GE** an den Markt abgegeben.

* Zu welchem Zeitpunkt ist der Erlös maximal?
* Wie hoch ist er dann?
* Zeigen Sie auch, dass Ihr Ergebnis ein Maximum darstellt.

Lösung:



Ansatz:







1. **Differentialrechnung I: Extrema ohne Nebenbedingungen**

Folgende Funktion ist gegeben durch: 

***Prüfen Sie, ob die Funktion ein Extremum besitzt - führen Sie einen vollständigen Nachweis durch.***

Lösung:



1. **Differentialrechnung II: Extrema mit Nebenbedingung**

Bei einer Ein-Produktunternehmung liegt folgende Produktionsfunktion vor:



wobei x und y die ME der beiden eingesetzten Produktionsfaktoren q1 und q2 darstellen.

Die Faktorpreise für jeweils eine ME der beiden Produktionsfaktoren betragen q1 = 3 GE

und q2 = 8 GE.

Das Unternehmen möchte bei einem **Budget von ** ein **maximales Produktionsvolumen**

realisieren.

1. Lösen Sie das Problem mittels Lagrangemethode.
2. Welchen Wert besitzt der Lagrangeparameter im Maximalfall und welche ökonomische

Aussage kann hier getroffen werden, wenn man das Budget um 10 Einheiten erhöhen

würde?

***Anmerkung: Auf einen Nachweis des Maximums kann hier verzichtet werden!***

Lösung:



Eine Änderung des Budgets um k [GE] führt zu einer Änderung der Produktion um k \* 3,64 [ME]

1. **Dynamische Investitionsrechnung: Kapitalwertmethode & Interner Zinsfuß**

Sie arbeiten in der Controllingabteilung der Knacknuss-GmbH. Die Geschäftsleitung steht vor der

Auswahl eines Investitionsvorhabens, dabei stehen zwei Maschinen (Invest1 und Invest2) in der

engeren Auswahl.

Ihre Aufgabe als Controller ist es, die vorhandenen Informationen entsprechend zu verarbeiten

und somit die Geschäftsführung bei der Auswahlentscheidung zu unterstützen. Ihnen stehen

folgende Informationen bzgl. der Zahlungsfolgen der Investitionen zur Verfügung:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Investitionsobjekt I** | **Investitionsobjekt II** |
| **Anschaffungswert** | 20.000,00 € | 20.000,00 € |
| **Liquidationserlös** | 2.000,00 € | 4.000,00 € |
| **Nutzungsdauer** | 6 Jahre | 6 Jahre |
| **Überschüsse** | | |
| **Jahr 1** | 8.000,00 € | 2.000,00 € |
| **Jahr 2** | 5.000,00 € | 2.000,00 € |
| **Jahr 3** | 3.000,00 € | 3.000,00 € |
| **Jahr 4** | 3.000,00 € | 3.000,00 € |
| **Jahr 5** | 2.000,00 € | 1.000,00 € |
| **Jahr 6** | 1.000,00 € | 11.000,00 € |

1. Ermitteln Sie welches Investitionsobjekt zu einem Kalkulationssatz von 5 % das

vorteilhaftere ist, wenn nach 6 Jahren die Liquidation stattfindet.

1. Wie hoch müsste der Liquidationserlös für Investitionsobjekt I sein, damit die Investitions-entscheidung zwischen I und II indifferent wird?
2. Wie hoch ist der Interne Zinsfuß von Investitionsobjekt I?

Lösung:



Beide Investitionsprojekte sind rentabel, allerdings ist Projekt I besser als Projekt II wegen des

höheren Kapitalwerts.





1. **Deskriptive Statistik I:**

**Häufigkeitsverteilung / Mittelwerte / Streumaße / Korrelation / Regression**

Im Frachthafen Mannheim werden im Laufe eines Monats mehrere Frachtschiffe

beladen. Die Größe der Schiffe wird durch ihre Ladekapazität (in Tonnen) angegeben.

Im Laufe des Monats Mai werden die in der Tabelle angegebenen Werte ermittelt,

wobei eine Klasseneinteilung gewählt wird.

Nehmen Sie Gleichverteilung in den einzelnen Klassen an.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Gewicht (to)** | **absolute Häufigkeit** | **relative Häufigkeit** | **Klassen-mitte** | **Klassenbreite** | **Häufigkeitsdichte** | **kum. rel. Häufigkeit** |
| **[0 ; 500[** | **30** |  |  |  |  |  |
| **[500 ; 1.000[** | **60** |  |  |  |  |  |
| **[1.000 ; 2.000[** | **70** |  |  |  |  |  |
| **[2.000 ; 3.000[** | **30** |  |  |  |  |  |
| **[3.000 ; 5.000[** | **10** |  |  |  |  |  |
| **Summe** |  |  |  |  |  |  |

1. Vervollständigen Sie die Tabelle.
2. Bestimmen Sie den arithmetischen Mittelwert, die modale Klasse und den Modalwert.
3. Bestimmen Sie den Median, das untere Quartil und das obere Quartil.

Lösung:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Gewicht (to) | absolute Häufig. | relative Häufig. | Klassen-mitte | Klassenbreite | Häufigkeitsdichte | kum. rel. Häufig. |
| [0 ; 500[ | 30 | **0,15** | **250** | **500** | **0,06** | **0,15** |
| [500 ; 1.000[ | 60 | **0,30** | **750** | **500** | **0,12** | **0,45** |
| [1.000 ; 2.000[ | 70 | **0,35** | **1.500** | **1.000** | **0,07** | **0,80** |
| [2.000 ; 3.000[ | 30 | **0,15** | **2.500** | **1.000** | **0,03** | **0,95** |
| [3.000 ; 5.000[ | 10 | **0,05** | **4.000** | **2.000** | **0,005** | **1,00** |
| Summe | **200** | **1,00** | **---** | **---** | **---** | **---** |







d) Korrelations- & Regressionsanalyse

Ein Bild, das Tisch enthält.

Automatisch generierte BeschreibungEine Gruppe von Psychologen hat folgende Untersuchung durchgeführt, um die Merkfähigkeit yi in

Abhängigkeit des Alters xi zu analysieren:

Es ergab sich nebenstehendes Messergebnis:

1. Ermitteln Sie die zugehörige

Regressionsgerade y.

1. Wie hoch ist die voraussichtliche Merkfähigkeit

bei einem Alter von 40 bzw. 60?

1. Eine Person besitzt eine Merkfähigkeit von 123.

In welches Alter kann sie mittels Regression zugeordnet werden?

1. Berechnen Sie den zugehörigen Korrelationskoeffizient nach Pearson.

Lösung:

1. **Deskriptive Statistik I:**

**Warenkorbmethode und Preisindexberechnung**

Für 5 Güter sind die Preise **pI,i** und **pII,i** und die Umsätze **uI,i** und **uII,i**

in den Perioden I und II in nachfolgender Tabelle gegeben:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Periode I** | | | **Periode II** | | |
| Nummer | Preis **pI,i** |  | Umsatz **uI,i** | Preis **pII,i** |  | Umsatz **uII,i** |
| **1** | **5** |  | **50** | **6** |  | **48** |
| **2** | **4** |  | **200** | **6** |  | **240** |
| **3** | **10** |  | **80** | **9** |  | **144** |
| **4** | **8** |  | **48** | **10** |  | **40** |
| **5** | **3** |  | **30** | **3** |  | **24** |

1. Bestimmen Sie die Preisindizes nach Laspeyres, Paasche und Fisher

mit **I als Basisperiode** und **II als Berichtsperiode**.

1. Ermitteln Sie die Inflationsrate **auf der Basis des Preisindex nach Laspeyres**,

wenn **I = 2015** und **II = 2020** gilt.

1. Es gelte nun **II als Basisperiode** und **I als Berichtsperiode**.

Zudem ist die Inflation **bei – 3,46 %** auf der Basis von Laspeyres

- wenn **I = 2015** und **II = 2020** gilt.

Bestimmen Sie daraus die Preisindizes nach Laspeyres und Paasche, wenn zudem

bekannt ist, dass der Preisindex nach **Fisher ** beträgt.

Lösung:

Ein Bild, das Tisch enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

Berechnungen:

