Klausur Wirtschaftsmathematik

Fakultät für Technik

Studiengang: Integrated Engineering Datum: 17.06.2024

Matrikelnummer:			**Dozent: Jürgen Meisel**	
Kurs: TIE 22 EN	**Semester:**	4		
Hilfsmittel: ***Wiss. TR (nicht programmierbar) und Formelsammlung***			**Bearbeitungszeit: 90 min.**	
Bewertung:	Maximale Punktzahl: 90		Erreichte Punktzahl:	
Prozente:	....		Signum:	
Anmerkungen:	***Von 7 gestellten Aufgaben müssen 6 ausgewählt und bearbeitet werden.***			

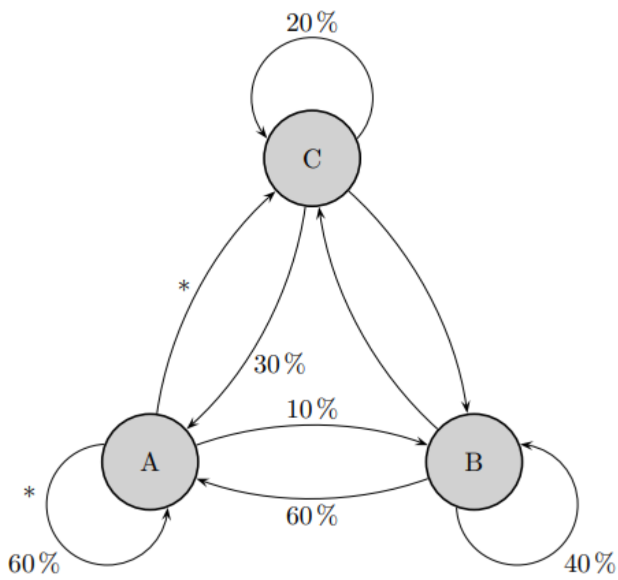
Aufgabennummer		maximale Punkte	erreichte Punkte	Bemerkungen
A 1: **Übergangsmatrizen und stat. Gleichgewicht**		**15**		
A 2: **Diff.-Rg I (Extrema mit NB)**		**15**		
A 3: **Diff.-Rg II (Extrema ohne NB)**		**15**		
A 4: **Lineare Optimierung**		**15**		
A 5: **Statistik I - Mittelwerte & Streumaße (diskret & klassiert)**		**15**		
A 6: **Statistik II - Gini-Koeffizient / Lorenzkurve & Korrelation / Regression**		**15**		
A 7: **Statistik III – Zeitreihenanalyse & Preisindex**		**15**		
Summe		**90**		

Klausur QR-Methoden

(1) Matrizen und Vektoren:
Übergangsmatrizen & Statisches Gleichgewicht

In einem Wildreservat untersuchen Wissenschaftler die monatlichen Wanderbewegungen KaulOlme – eine besonders geschützte Wildtierart.

Die Ergebnisse der Untersuchung sind im Schaubild festgehalten:



a) Ergänzen Sie das Diagramm und erstellen Sie die Übergangsmatrix.

b) In einem bestimmten Zeitpunkt ist die Verteilung wie folgt:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 400 \\ 200 \\ 200 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Verteilung für die nächsten zwei Monate.

c) Bestimmen Sie das statische Gleichgewicht zu dieser Situation.

Lösung:

$$U = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,6 & 0,3 \\ 0,1 & 0,4 & 0,5 \\ 0,3 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}$$

$$U \cdot \vec{v_0} = \vec{v_1} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 0,6 & 0,6 & 0,3 \\ 0,1 & 0,4 & 0,5 \\ 0,3 & 0 & 0,2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 400 \\ 200 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 420 \\ 220 \\ 160 \end{pmatrix} \qquad U \cdot \vec{v_1} = \vec{v_2} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 0,6 & 0,6 & 0,3 \\ 0,1 & 0,4 & 0,5 \\ 0,3 & 0 & 0,2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 420 \\ 220 \\ 160 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 432 \\ 210 \\ 158 \end{pmatrix}$$

$$(U - E) \cdot \vec{x} = \vec{0} \xrightarrow{x+y+z=1} \begin{pmatrix} -0,4 & 0,6 & 0,3 \\ 0,1 & -0,6 & 0,5 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{89} \begin{pmatrix} 48 \\ 23 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,54 \\ 0,26 \\ 0,20 \end{pmatrix}$$

(2) Differentialrechnung I: Extrema mit Nebenbedingung

Gegeben sei folgende Produktionsfunktion: $f(x,y) = 8 \cdot x^{0,25} \cdot y^{0,75}$

Eine Mengeneinheit für x kostet 12,00 GE, der Preis für eine Mengeneinheit von y liegt bei 18,00 GE.

Insgesamt steht ein Budget von **b = 4.800** GE zur Verfügung.

a) Bestimmen Sie das optimale Produktionsprogramm mit Hilfe des Lagrangeansatzes.

b) Welchen Wert besitzt der Lagrangeparameter im Maximumfall und welche ökonomische Aussage kann hier getroffen werden, wenn sich das Budget b um **10** GE erhöht?

Anmerkung: Auf einen Nachweis des Maximums kann hier verzichtet werden!

Lösung:

$$L(x,y,\lambda) = 8 \cdot x^{0,25} \cdot y^{0,75} + \lambda(4.800 - 12x - 18y)$$

$$L_x(x,y,\lambda) = 2 \cdot \frac{y^{0,75}}{x^{0,75}} - 12\lambda = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{2}{12} \cdot \frac{y^{0,75}}{x^{0,75}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{y^{0,75}}{x^{0,75}} = \lambda$$

$$L_y(x,y,\lambda) = 6 \cdot \frac{x^{0,25}}{y^{0,25}} - 18\lambda = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{6}{18} \cdot \frac{x^{0,25}}{y^{0,25}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^{0,25}}{y^{0,25}} = \lambda$$

$$\xrightarrow{\textit{Gleichsetzen}} \quad \frac{1}{6} \cdot \frac{y^{0,75}}{x^{0,75}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^{0,25}}{y^{0,25}} \quad \rightarrow \quad y = \frac{6}{1} \cdot \frac{1}{3} \cdot x \quad \rightarrow \quad y = 2x$$

$$\xrightarrow[\textit{in NB}]{\textit{Austauschverhältnis}} \quad 4.800 = 12x + 18 \cdot 2x \quad \rightarrow \quad 4.800 = 48x \quad \rightarrow \quad x = 100$$

$$\rightarrow \quad y = 2x \quad \rightarrow \quad y = 200$$

$$\rightarrow \quad f(100/200) = 8 \cdot 100^{0,25} \cdot 200^{0,75} = 1.345,43$$

$$\lambda = \frac{1}{6} \cdot \frac{y^{0,75}}{x^{0,75}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{200^{0,75}}{100^{0,75}} = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{200}{100}\right)^{0,75} = \frac{1}{6} \cdot 2^{0,75} = 0,2803$$

$$\rightarrow \quad \lambda = 0,2803 \quad \xrightarrow{b=+10} \quad \Delta f = 0,2803 \cdot 10 \approx 2,803$$

$$f_{neu} \quad = \quad 1.345,43 + 2,803 \quad = \quad 1.348,233$$

(3) Differentialrechnung II: Extrema ohne Nebenbedingungen

Bestimmen Sie die lokalen Extrema der gegebenen Funktion f(x,y) mit entsprechendem Nachweis der Extremwerteigenschaft.

Sollten Sie Extremwertstellen ermittelt haben, bitte auch die Funktionswerte berechnen

$$f(x,y) \quad = \quad 3xy^2 + 4x^3 - 3y^2 - 12x^2 + 1$$

Lösung:

$$f_x(x,y) \quad = \quad 3y^2 + 12x^2 - 24x \quad = \quad 0$$

$$f_y(x,y) \quad = \quad 6xy - 6y \quad = \quad 0 \quad \rightarrow \quad (6x-6)y \quad = \quad 0 \quad \rightarrow \quad y = 0 \quad oder \quad x = 1$$

$y = 0$

$$f_x(x,0) \quad = \quad 3 \cdot 0^2 + 12x^2 - 24x \quad = \quad 0 \quad \rightarrow \quad (12x-24)x = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = 0 \quad oder \quad x_2 = 2$$

$$S_1(0 \mid 0 \mid f_1) \qquad S_2(2 \mid 0 \mid f_2)$$

$x = 1$

$$f_x(1,y) \quad = \quad 3y^2 + 12 \cdot 1^2 - 24 \cdot 1 \quad = \quad 0 \quad \rightarrow \quad 3y^2 - 12 = 0 \quad \rightarrow \quad y_1 = -2 \quad oder \quad y_2 = 2$$

$$S_3(1 \mid -2 \mid f_3) \qquad S_4(1 \mid 2 \mid f_4)$$

Es ergeben sich vier kritische Punkte:

- $(1,2)$: $\det H_f = -144 < 0 \Rightarrow$ Sattelpunkt
- $(1,-2)$: $\det H_f = -144 < 0 \Rightarrow$ Sattelpunkt
- $(0,0)$: $\det H_f = 144 > 0$ und $f_{xx} = -24 < 0 \Rightarrow$ lokales Maximum
- $(2,0)$: $\det H_f = 144 > 0$ und $f_{xx} = 24 < 0 \Rightarrow$ lokales Minimum

(4) Lineare Optimierung

Das Unternehmen Blage-Geist GmbH erzeugt unter Verwendung der drei Produktionsfaktoren F_1: Material [in t], F_2: Maschinen [in h] und F_3: Arbeitszeit [in h] zwei verschiedene Produkte her: P_1 und P_2.

Die nachfolgende Tabelle gibt den benötigten Faktoreinsatz je hergestellter Einheit von P_1 und P_2 an, wobei die Produkte in der Mengeneinheit t produziert werden;

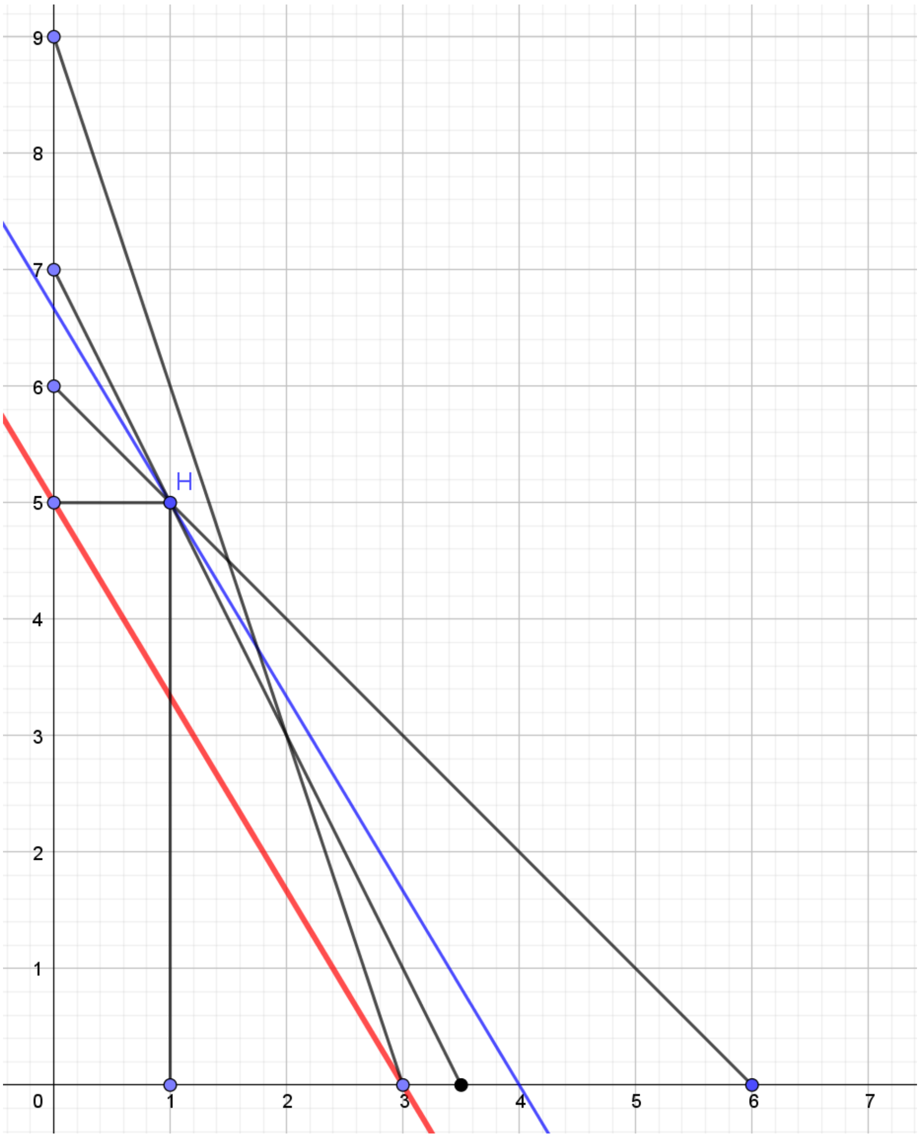
Zudem wird ein Gewinn von je 1.000 GE/t erzielt.

Die verfügbaren Kapazitäten sind ebenfalls in der Tabelle enthalten.

Einzelfaktoren	P_1	P_2	Kapazitäten
F_1 Material	9	3	27 t
F_2 Maschinenzeit	2	1	7 h
F_3 Arbeitszeit	2	2	12 h
Gewinn	5	3	

Teil A:

Stellen mittels graphischer Lösung das optimale Produktionsprogramm dar,
bestimmen Sie das Gewinnmaximum und geben Sie die Lösung an.
Welche der drei Ressourcen wird nicht vollständig ausgeschöpft und wie viel bleibt übrig?



Teil B:

Unter Anwendung des Simplex-Verfahrens soll das optimale Produktionsprogramm der Unternehmung mit dem Ziel der **Maximierung des Gewinns** bestimmt werden.

a) **Füllen Sie die notwendigen Daten des Tableaus zur Berechnung aus und erklären Sie den Begriff und die Notwendigkeit der Schlupfvariablen.**

Führen Sie die ersten beiden Umformungen durch: Pivotelement + EZU mit Pivot

	x_1	x_2	u_1	u_2	u_3	b	Umformung
I							
II							
III							
ZF							
I							
II							
III							
ZF							
I							
II							
III							
ZF							

Nach einigen Umformungsschritten mittels Simplexalgorithmus gelangen Sie auf **Tableau 1**:

	x_1	x_2	u_1	u_2	u_3	b	Umformung
I	1	0	$\frac{1}{3}$	-1	0	2	
II	0	1	$-\frac{2}{3}$	3	0	3	
III	0	0	1	-6	$\frac{3}{2}$	3	
ZF	0	0	$\frac{1}{3}$	-4	0	G - 19	

b) Woran erkennt man bei Tableau 1, dass noch weiter gerechnet werden muss?

c) Bestimmen Sie das Pivot-Element von Tableau 1. Erklären Sie dabei Ihre Vorgehensweise.

d) Erstellen Sie nun ausgehend von **Tableau 1** das Endtableau, geben Sie die vollständige Lösung an.

	x_1	x_2	u_1	u_2	u_3	b	Umformung
I	**1**	**0**	$\frac{1}{3}$	**-1**	**0**	**2**	
II	**0**	**1**	$-\frac{2}{3}$	**3**	**0**	**3**	
III	**0**	**0**	**1**	**-6**	$\frac{3}{2}$	**3**	
ZF	**0**	**0**	$\frac{1}{3}$	**-4**	**0**	**G - 19**	
I							
II							
III							
ZF							
I							
II							
III							
ZF							

Anmerkung:
Es müsste ein leeres Tableau genügen – aber zur Sicherheit habe ich Ihnen zwei Leer-Tableaus hier abgebildet 😉

Lösung:

	x_1	x_2	u_1	u_2	u_3	b	Umformung
I	9	3	1	0	0	27	i/9
II	2	1	0	1	0	7	
III	2	2	0	0	1	12	
ZF	5	3	0	0	0	G	
I	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	0	0	3	
II	2	1	0	1	0	7	ii – 2i
III	2	2	0	0	1	12	iii – 2i
ZF	5	3	0	0	0	G	ZF – 5i
I	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	0	0	3	
II	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{9}$	1	0	1	3 * ii
III	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{9}$	0	1	6	
ZF	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{5}{9}$	0	0	G - 15	
I	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	0	0	3	i - $\frac{1}{3}$ ii
II	0	1	$-\frac{2}{3}$	3	0	3	
III	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{9}$	0	1	6	iii - $\frac{4}{3}$ ii
ZF	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{5}{9}$	0	0	G - 15	ZF - $\frac{4}{3}$ ii
I	1	0	$\frac{1}{3}$	-1	0	2	
II	0	1	$-\frac{2}{3}$	3	0	3	
III	0	0	$\frac{2}{3}$	-4	1	2	iii * $\frac{3}{2}$
ZF	0	0	$\frac{1}{3}$	-4	0	G - 19	

I	**1**	**0**	$\frac{1}{3}$	**-1**	**0**	**2**	**i -** $\frac{1}{3}$ **iii**
II	**0**	**1**	$-\frac{2}{3}$	**3**	**0**	**3**	**ii +** $\frac{2}{3}$ **iii**
III	**0**	**0**	**1**	**-6**	$\frac{3}{2}$	**3**	
ZF	**0**	**0**	$\frac{1}{3}$	**-4**	**0**	**G - 19**	**ZF -** $\frac{1}{3}$ **iii**
I	**1**	**0**	**0**	**1**	$-\frac{1}{2}$	**1**	
II	**0**	**1**	**0**	**-1**	**1**	**5**	**ii +** $\frac{2}{3}$ **iii**
III	**0**	**0**	**1**	**-6**	$\frac{3}{2}$	**3**	
ZF	**0**	**0**	**0**	**-2**	$-\frac{1}{2}$	**G - 20**	**ZF -** $\frac{1}{3}$ **iii**

$$L = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ u_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \right\} \quad mit\ G_{\max} = 20$$

(5) Deskriptive Statistik I: Häufigkeitsverteilung / Mittelwerte / Streumaße

Eine Umfrage unter 240 Schülern ergab folgende Verteilung des monatlichen Taschengeldes in €:

Klasse	$0 \le x < 5$	$5 \le x < 10$	$10 \le x < 20$	$20 \le x < 30$	$30 \le x < 50$	$50 \le x \le 75$
rel. H.	**10,8 %**	**15 %**	**21,8 %**	**15,8 %**	**19,1 %**	**17,5 %**

a) Bestimmen Sie die absoluten Häufigkeiten.
b) Ermitteln Sie das arithmetische Mittel.
c) Berechnen Sie die Varianz und die Standardabweichung.
d) Bestimmen Sie den Median, die beiden Quartilwerte und den Modus.
e) Wie viel Taschengeld geben die Eltern insgesamt monatlich aus?

Anlage: **Tabelle zur Bearbeitung**

Klasse	Abs. H‘keit	Rel. H‘keit	Kum. rel. H‘keit	Klassen-mitte	Klassen-breite	Häufig-keitsdichte

Lösung:

Klasse	Häufigkeit	rel. Hfgk.	kum. rel. H.	KM	KB	HD	KM^2	KM^2*N
[0;5[	26	0,108	0,108	2,5	5	5,2	6,25	162,5
[5;10[	36	0,15	0,258	7,5	5	7,2	56,25	2025
[10;20[	52	0,218	0,476	15	10	5,2	225	11700
[20;30[	38	0,158	0,634	25	10	3,8	625	23750
[30;50[	46	0,191	0,825	40	20	2,3	1600	73600
[50;75]	42	0,175	1	62,5	25	1,68	3906,25	164062,5
	240	1			75			
	240							1147,08333

Mittelwert:	27,2083333
Varianz:	406,789931
Stdabw.:	20,169034
Median	21,5189873
Q1	9,73333333
Q3	42,1465969
mod. Klasse	[5;10[
Modus:	7,5

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{k}\left[(x_i)_m \cdot \frac{n_i}{n}\right] = \sum_{i=1}^{k}\left[(x_i)_m \cdot p_i\right]$$

mit $(x_i)_m$ als Klassenmitte der Klasse i

$$V(X) \overset{\text{Rechen}}{\underset{\text{formel}}{=}} \left[\sum_{i=1}^{n}(x_i)_m^{\,2} \cdot p_i\right] - \bar{x}^2 \quad \Rightarrow \quad S(X) = \sqrt{V(X)}$$

mit $(x_i)_m$ als Klassenmitte der Klasse i

$$\overline{x_M} \Rightarrow \overline{x_{0,5}} = [a;b] \rightarrow \overline{x_{0,5}} = a + \frac{\Delta_i \cdot [0,5 - F(a)]}{p_i}$$

Δ_i = Klassenbreite $\quad p_i$ = rel. Häufigkeit

$$q_1 \Rightarrow \overline{x_{0,25}} = [a;b] \rightarrow \overline{x_{0,25}} = a + \frac{\Delta_i \cdot [0,25 - F(a)]}{p_i}$$

$$q_3 \Rightarrow \overline{x_{0,75}} = [a;b] \rightarrow \overline{x_{0,75}} = a + \frac{\Delta_i \cdot [0,75 - F(a)]}{p_i}$$

Δ_i = Klassenbreite $\quad p_i$ = rel. Häufigkeit

Gesamtausgaben: MW * Häufigkeit: 27,20833 * 240 = 6.530,00 [GE]

(6) Deskriptive Statistik II: Gini-Koeffizient & Lorenzkurve

Pia Asketia lädt 11 Freundinnen zu einem Damenabend ein. Es gilt acht Flaschen Prosecco, die man bei einer Verlosung gewonnen hat, zu „auf ihre Qualität zu prüfen".

Pro Flasche kann Sie fünf Gläser ausschenken.

- 3 Freundinnen müssen fahren und trinken nichts vom Prosecco,
- 3 Freundinnen trinken jeweils 3 Gläser,
- 4 Freundinnen trinken jeweils 5 Gläser,
- 1 Freundin trinkt 8 Gläser und
- Pia übernimmt den Rest.

a) Wie viele Gläser trinkt Pia?

b) Zeichnen Sie die Lorenzkurve

(x-Achse: Anteil Personen/ y-Achse: Anteil der Gläser Prosecco)

c) Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten und den normierten Gini-Koeffizienten.

d) Wie hoch ist der Anteil der Personen bei 50% getrunkener Gläser?

e) Wie hoch ist der Anteil der Gläser, der von mind. 30 % der Personen getrunken wird?

Lösung:

	Personen			Gläser			
Stufe	Personen	rel.	kum.	Gläser pP	Gläser pStufe	rel.	kum.
1	3	0,25	0,25	0	0	0	0
2	4	0,33	0,58	3	12	0,3	0,3
3	4	0,33	0,92	5	20	0,5	0,8
4	1	0,08	1,00	8	8	0,2	1
Summe	12	1			40	1	

Kunigunde: 3 Gläser

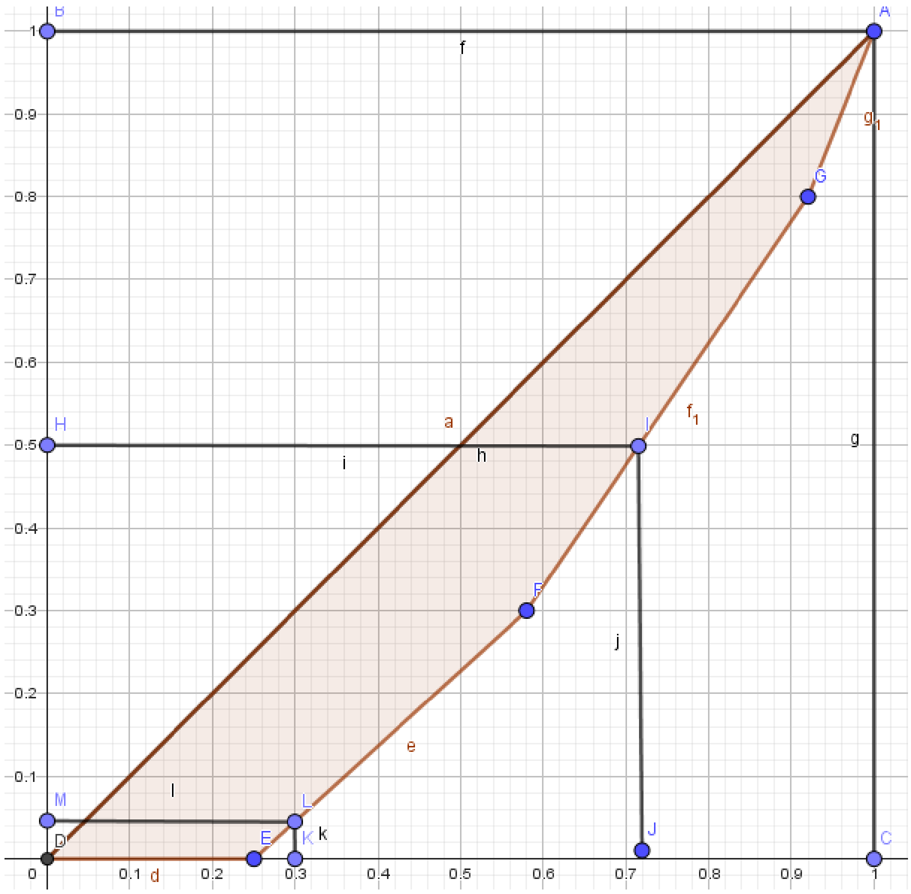
Gini-Koeffizient: GK = 0,38
Normierter Gini-Koeffizient: norm. GK = 0,38 * 12/11 = 0,4145

Wie hoch ist der Anteil der Personen bei 50% getrunkener Gläser?

Ablesen am Graphen: 0,72

Wie hoch ist der Anteil der Gläser, der von mind. 30 % der Personen getrunken wird?

Ablesen am Graphen: 0,05



(7) Deskriptive Statistik III:

Regression und Korrelation & Warenkorbmethode und Preisindexberechnung

<u>Teil A:</u>

Bei 20 Gebrauchtwagen wurden die Bremswege bei einer Vollbremsung vom 100 km/h zum Stillstand geprüft bzw. getestet.
Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle dokumentiert:

Alter (Jahre)	**4**	**8**	**12**	**10**	**5**
Anzahl Pkw	**6**	**4**	**3**	**4**	**???**
Bremsweg (m)	**50**	**75**	**95**	**90**	**50**

a) Bestimmen Sie die lineare Regressionsgerade und den zugehörigen Korrelationskoeffizienten und kommentieren Sie Ihre Ergebnisse hinsichtlich des Sachverhaltes.

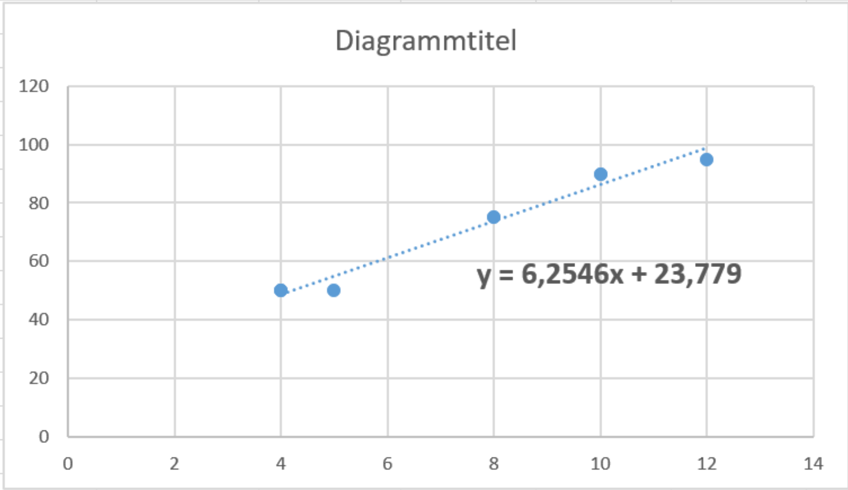
b) Bestimmen Sie den erwarteten Bremsweg bei Fahrzeugen der gleichen Kategorie mit einem Alter von 15 Jahren.

c) Welches Fahrzeugalter kann man bei einem Bremsweg von 38 m erwarten?

Lösung:

Anzahl	Alter	Bremsweg
6	4	50
	4	50
	4	50
	4	50
	4	50
	4	50
4	8	75
	8	75
	8	75
	8	75
3	12	95
	12	95
	12	95
4	10	90
	10	90
	10	90
	10	90
3	5	50
	5	50
	5	50

Korrelation	**0,9867**	
Regression	**Steigung**	**6,25**
	Achsenab.	**23,78**



Alter	**Bremsweg**
15	**117,60**
2,27	**38**

Teil B:

Für 5 Güter sind die Preise $\mathbf{p_{I,i}}$ und $\mathbf{p_{II,i}}$ und die Umsätze $\mathbf{u_{I,i}}$ und $\mathbf{u_{II,i}}$ in den Perioden I und II in nachfolgender Tabelle gegeben:

	Periode I			**Periode II**		
Nummer	Preis $\mathbf{p_{I,i}}$		Umsatz $\mathbf{u_{I,i}}$	Preis $\mathbf{p_{II,i}}$		Umsatz $\mathbf{u_{II,i}}$
1	**5**		**50**	**6**		**48**
2	**4**		**200**	**6**		**240**
3	**10**		**80**	**9**		**144**
4	**8**		**48**	**10**		**40**
5	**3**		**30**	**3**		**24**

a) Bestimmen Sie die Preisindizes nach Laspeyres, Paasche und Fisher mit **I als Basisperiode** und **II als Berichtsperiode**.

b) Ermitteln Sie die Inflationsrate **auf der Basis des Preisindex nach Laspeyres**, wenn **I = 2020** und **II = 2024** gilt.

Lösung:

	C	D	E	F	G	H	I
4		Periode I			Periode II		
5	Nummer	Preis I	Menge I	Umsatz I	Preis II	Menge II	Umsatz II
6	1	5	10	50	6	8	48
7	2	4	50	200	6	40	240
8	3	10	8	80	9	16	144
9	4	8	6	48	10	4	40
10	5	3	10	30	3	8	24
11	Summe:			408			496
12							
13							
14	Basisperiode I			Laspeyres:	1,2794		Inflation:
15	Berichtsperiode II			Paasche:	1,1923		
16				Fisher:	1,2351		

Berechnungen:

$$Laspeyres: \quad L_P = \frac{\sum p_{1i} \cdot q_{0i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{0i}}$$

$$\rightarrow \frac{\text{Ausgaben des Berichtsjahres mit Mengen des Basisjahres (Menge}_{\text{ Periode I}} \text{ * Preis}_{\text{ Periode II}})}{\text{Ausgaben/Umsatz des Basisjahres (Menge}_{\text{ Periode I}} \text{ * Preis}_{\text{ Periode I}})}$$

$$L_P = \frac{6 \cdot 10 + 6 \cdot 50 + 9 \cdot 8 + 10 \cdot 6 + 3 \cdot 10}{408} = \frac{522}{408} = 1,2794$$

$$Paasche: \quad P_P = \frac{\sum p_{1i} \cdot q_{1i}}{\sum p_{0i} \cdot q_{1i}}$$

$$\rightarrow \frac{\text{Ausgaben/Umsatz des Berichtsjahres (Menge}_{\text{ Periode II}} \text{ * Preis}_{\text{ Periode II}})}{\text{Ausgaben des Basisjahres mit Mengen des Berichtsjahres (Menge}_{\text{ Periode II}} \text{ * Preis}_{\text{ Periode I}})}$$

$$P_P = \frac{496}{5 \cdot 8 + 4 \cdot 40 + 10 \cdot 16 + 8 \cdot 4 + 3 \cdot 8} = \frac{496}{416} = 1,1923$$

$$F_P = \sqrt{L_P \cdot P_P} \quad \rightarrow \quad \sqrt{1,2794 \cdot 1,1923} = 1,2351$$

$$\text{Inflationsrate:} \quad \sqrt[4]{1,2794} = 1,0635 \rightarrow i_{eff} = 1,0635 - 1 = 0,0635 \xrightarrow{\cdot 100} 6,35\%$$