**Klausur Wirtschaftsmathematik**

**Fakultät für Technik**

**Studiengang**: Integrated Engineering Datum: 02.06.2025

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Matrikelnummer:** |  | | | | **Dozent: Jürgen Meisel** | |
| **Kurs: TIE 23 EN** | | **Semester:** | 4 |  | |  |
| **Hilfsmittel: *Wiss. TR (nicht programmierbar) und***  ***Formelsammlung*** | | | | **Bearbeitungszeit: 90 min.** | | |
| **Bewertung:** | Maximale Punktzahl: 90 | | | Erreichte Punktzahl: | |  |
| **Prozente:** | ................ | | | Signum: ................ | | |
| **Anmerkungen:** | ***Von 8 gestellten Aufgaben müssen 6 ausgewählt und bearbeitet werden.*** | | | | | |

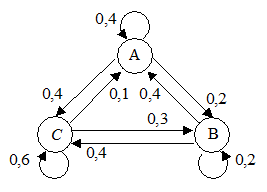
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Aufgabennummer** |  | **maximale**  **Punkte** | **erreichte**  **Punkte** | **Bemerkungen** |
| **A 1:**  **Übergangsmatrizen und stat.**  **Gleichgewicht** |  | **15** |  |  |
| **A 2:**  **Diff.-Rg I (Extrema mit NB)** |  | **15** |  |  |
| **A 3:**  **Diff.-Rg II (Extrema ohne NB)** |  | **15** |  |  |
| **A 4:**  **Lineare Optimierung** |  | **15** |  |  |
| **A 5: Statistik I - Mittelwerte & Streumaße (klassiert)** |  | **15** |  |  |
| **A 6: Statistik II - Mittelwerte & Streumaße (diskret / Einzelwerte)** |  | **15** |  |  |
| **A 7: Statistik III –**  **Gini-Koeffizient & Lorenzkurve** |  | **15** |  |  |
| **A 8: Statistik IV –**  **Regression und Korrelation & Warenkorbmethode mit Preisindizes** |  | **15** |  |  |
| **Summe** |  | **90** |  |  |

**Klausur QR-Methoden**

1. **Matrizen und Vektoren:**

**Übergangsmatrizen & Statisches Gleichgewicht**

Zwischen drei Regionen A, B und C findet ein Bevölkerungsaustausch durch Umzüge statt. Das Diagramm zeigt diesen Austausch in Anteilen innerhalb eines Jahres.



**2a**

**a**

Die Einwohnerzahlen in Tausend betrugen 2025 zu Beginn der Modellierung:

**Region A: 200.000 Region B: 150.000 Region C: 50.000**

1. Bilden Sie die Übergangsmatrix und den Verteilungsvektor.
2. Wie wird sich die Verteilung der Bevölkerung in den kommenden

beiden Jahren (2026 – 2027) entwickeln?

1. Bestimmen Sie das statische Gleichgewicht zu dieser Situation.
2. **Differentialrechnung I: Extrema mit Nebenbedingung**

### Gegeben sei folgende Produktionsfunktion:

# Eine Mengeneinheit für x kostet **k** GE, der Preis für eine Mengeneinheit

# von y liegt bei **1,5k** GE mit k > 0.

Insgesamt steht ein Budget von **b = 4.500** GE zur Verfügung.

1. Bestimmen Sie das optimale Produktionsprogramm mit Hilfe des

Lagrangeansatzes in Abhängigkeit von k.

1. Die Produktionsmenge von x soll im Intervall [450 ; 1.800] liegen.

Ermitteln Sie daraus den Wertebereich für k und bestimmen Sie

den Produktionsbereich für y.

1. Welchen Wert besitzt der Lagrangeparameter **λ** im Maximumfall und

welche ökonomische Aussage kann hier getroffen werden, wenn sich

das Budget b um **100** GE erhöht?

***Anmerkung: Auf einen Nachweis des Maximums kann hier verzichtet werden!***

1. **Differentialrechnung II: Extrema ohne Nebenbedingungen**

Gegeben sei folgende Funktion:



1. Zeigen Sie, dass nur drei stationäre Stellen vorliegen.
2. Prüfen Sie die stationären Stellen auf Extremwerteigenschaft.

1. **Lineare Optimierung**

Ein Betrieb stellt auf drei Maschinen verschiedene Produkte her. Die Bearbeitungszeiten in Minuten für die Produkte A und B und deren Verkaufspreise sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Produkt A | Produkt B | Kapazität in Minuten |
| Maschine 1 | 5 | 3 | 120 |
| Maschine 2 | 3 | 3 | 81 |
| Maschine 3 | 3 | 6 | 120 |

Verkaufspreis Produkt A: 20,00 € Verkaufspreis Produkt B: 30,00 €

Gesucht ist das umsatzmaximierende Produktionsprogramm.

1. Stellen mittels graphischer Lösung das optimale Produktionsprogramm dar,

bestimmen Sie das Gewinnmaximum und ***geben Sie die Lösung an***.

Unter Anwendung des Simplex-Verfahrens soll das optimale Produktionsprogramm

der Unternehmung mit dem Ziel der Maximierung des Gewinns bestimmt werden.

Nach einigen Umformungsschritten mittels Simplexalgorithmus gelangen Sie auf Tableau 1:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **x1** | **x2** | **u1** | **u2** | **u3** | **b** | **Umformung** |
| **I** | **3,5** | **0** | **1** | **0** | **-0,5** | **60** |  |
| **II** | **1,5** | **0** | **0** | **1** | **-0,5** | **21** |  |
| **III** | **0,5** | **1** | **0** | **0** |  | **20** |  |
| **ZF** | **5** | **0** | **0** | **0** | **-5** | **G - 600** |  |

b) Woran erkennt man bei Tableau 1, dass noch weiter gerechnet werden muss?

c) Bestimmen Sie das Pivot-Element von Tableau 1. Erklären Sie dabei Ihre Vorgehensweise.

d) Erstellen Sie nun ausgehend von **Tableau 1** das Endtableau, geben Sie die vollständige

Lösung an.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **x1** | **x2** | **u1** | **u2** | **u3** | **b** | **Umformung** |
| **I** | **3,5** | **0** | **1** | **0** | **-0,5** | **60** |  |
| **II** | **1,5** | **0** | **0** | **1** | **-0,5** | **21** |  |
| **III** | **0,5** | **1** | **0** | **0** |  | **20** |  |
| **ZF** | **5** | **0** | **0** | **0** | **-5** | **G - 600** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** |  |  |  |  |  |  |  |
| **II** |  |  |  |  |  |  |  |
| **III** |  |  |  |  |  |  |  |
| **ZF** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** |  |  |  |  |  |  |  |
| **II** |  |  |  |  |  |  |  |
| **III** |  |  |  |  |  |  |  |
| **ZF** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** |  |  |  |  |  |  |  |
| **II** |  |  |  |  |  |  |  |
| **III** |  |  |  |  |  |  |  |
| **ZF** |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

1. **Deskriptive Statistik I: Häufigkeitsverteilung / Mittelwerte / Streumaße (klassiert)**

Eine Umfrage unter 240 Schülern ergab folgende Verteilung des

monatlichen Taschengeldes in €:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Klasse** |  |  |  |  |  |  |
| **rel. H.** | **x %** | **1,5x %** | **2x %** | **15 %** | **3x %** | **x %** |

1. Füllen Sie die Tabelle anhand der Angaben korrekt aus.

**Anlage: Tabelle zur Bearbeitung**

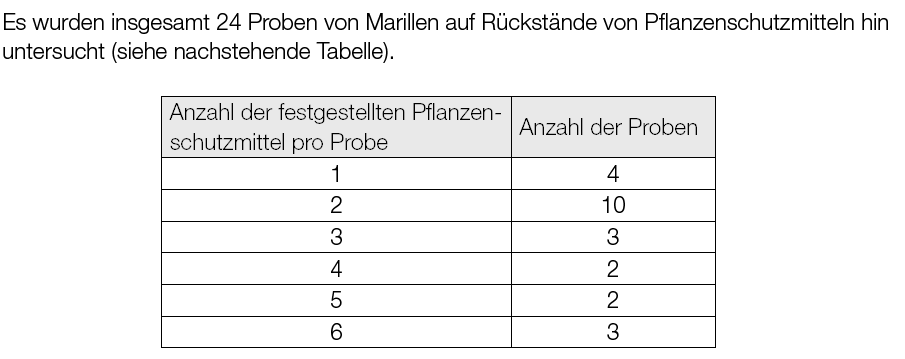
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Klasse** | **Abs. H‘keit** | **Rel. H‘keit** | **Kum. rel. H‘keit** | **Klassenmitte** | **Klassenbreite** | **Häufigkeitsdichte** |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

1. Ermitteln Sie das arithmetische Mittel.
2. Berechnen Sie die Varianz und die Standardabweichung.
3. Bestimmen Sie den Median, die beiden Quartilwerte und den Modus.

e) Wie viel Taschengeld geben die Eltern insgesamt monatlich aus?

1. **Deskriptive Statistik II: Häufigkeitsverteilung / Mittelwerte / Streumaße (Einzelwerte)**

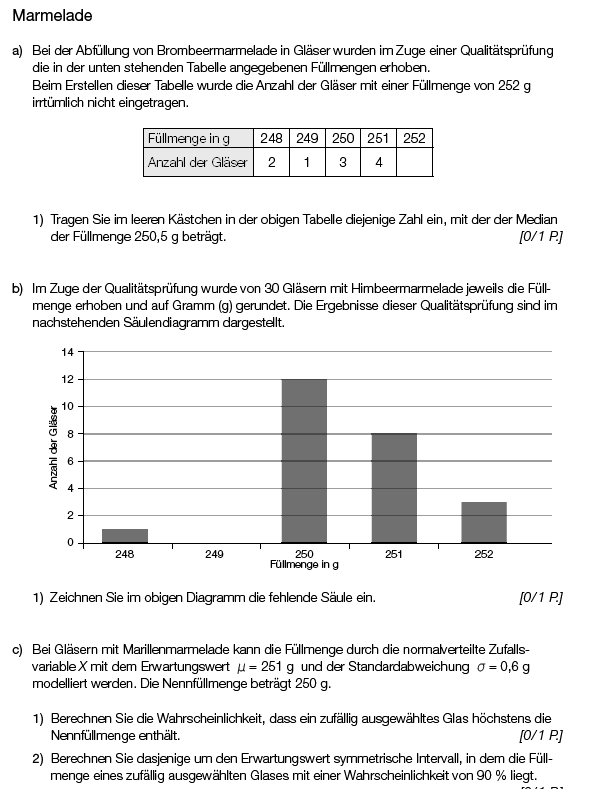
**Teil 1:**



Bestimmen Sie das **arithmetische Mittel und die Standardabweichung** der Anzahl

der festgestellten Pflanzenschutzmittel.

**Teil 2:**



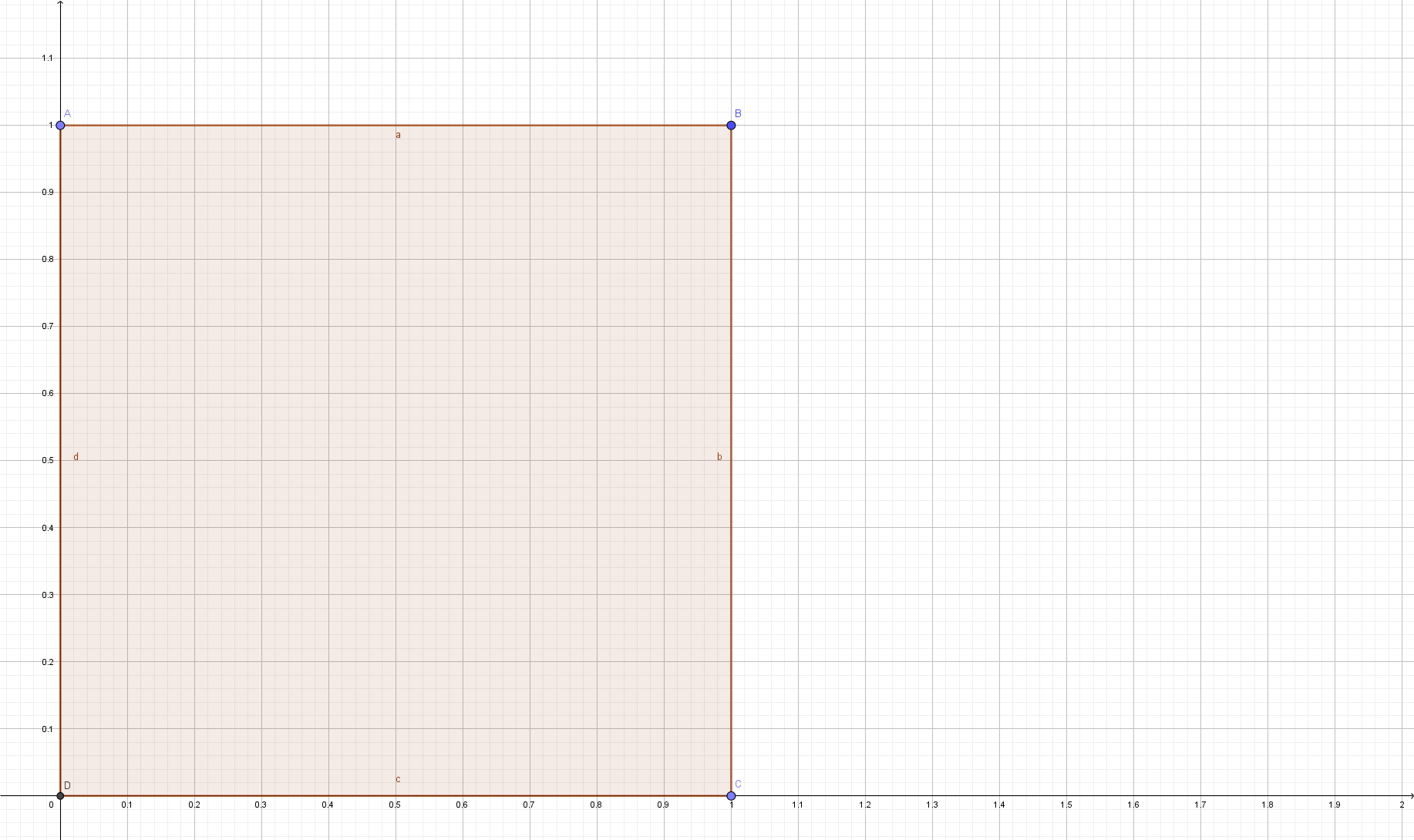
1. Zeichnen Sie in obigem Diagramm die fehlende Säule ein und ermitteln Sie
2. den Modus,
3. den Median
4. und die beiden Quartile.
5. **Deskriptive Statistik III: Gini-Koeffizient & Lorenzkurve**

Im Landkreis Statistika gibt es 5 Krankenkassen (x-Achse), wobei sich die Gesamtzahl der **2 Mio.**

**Mitglieder** (y-Achse) wie folgt aufteilt:

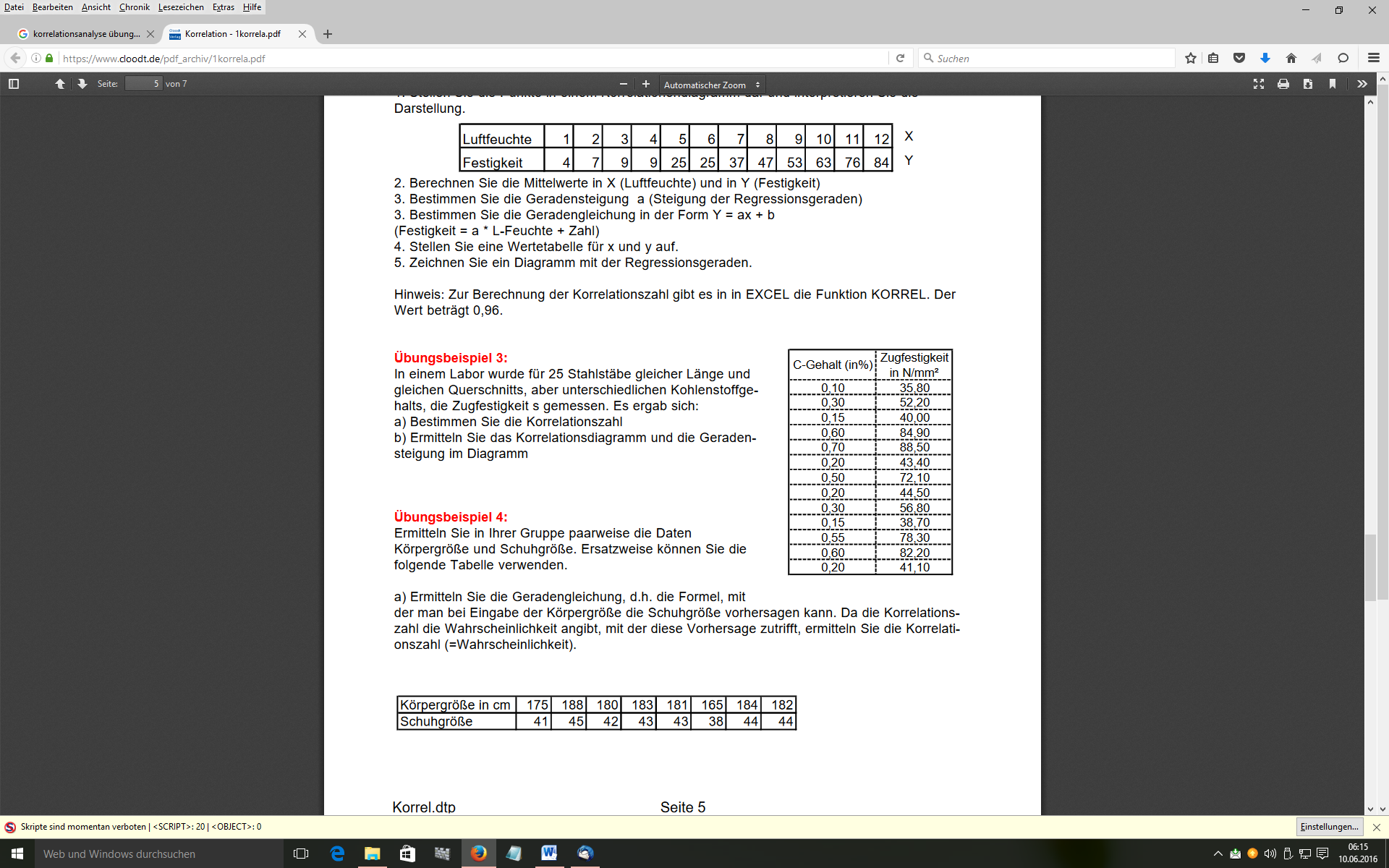
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Krankenkasse** | **Absolute Mitgliederanzahl** | **Relative Mitgliederanzahl** |
| **KMK** | **200.000** |  |
| **KDA** | **400.000** |  |
| **MKD** | **200.000** |  |
| **Zwerg** |  |  |
| **Hightower** |  | **0,5** |

Zeichnen Sie die dazugehörige Lorenzkurve und berechnen Sie den Gini-Koeffizient.



1. **Deskriptive Statistik IV:**

**Regression und Korrelation & Warenkorbmethode mit Preisindizes**

**Teil 1:**

In einem Labor wurde für 13 Stahlstäbe gleicher

Länge und gleichen Querschnitts, aber unter-

schiedlichen Kohlenstoffgehalts, die Zugfestig-

keit s gemessen.

Es ergab sich nebenstehendes Messergebnis:

1. Ermitteln Sie die zugehörige

Regressionsgerade s(C).

1. Wie hoch ist die voraussichtlich Zugfestigkeit

bei einem C-Gehalt von 0,9 %?

1. Welcher C-Gehalt muss vorliegen, wenn eine

Zugfestigkeit 150 N/mm2 gewünscht wird?

1. Berechnen Sie den zugehörigen Korrelationskoeffizient

nach Pearson.

**Teil 2: Warenkorbmethode und Preisindexberechnung**

Ein Unternehmen hat eine Preis-Mengen-Übersicht für die bezogenen Güter A, B und C angefertigt.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Gut** | **Preise** | | **Mengen** | |
| **2020** | **2025** | **2020** | **2025** |
| **A** | **10** | **15** | **60** | **50** |
| **B** | **25** | **20** | **40** | **70** |
| **C** | **30** | **40** | **80** | **60** |

1. Ermitteln Sie hierzu die Preisindizes nach Laspeyres und Paasche.
2. Berechnen Sie den Preisindex nach Fisher.
3. Wie hoch ist die jährliche Inflationsrate auf der Grundlage der Daten nach Laspeyres?