

Gini-Koeffizient:

Berechnung der Flächen mit relativen kumulierten Häufigkeiten:

$$Gini(GK) = \frac{\text{Konzentrationsfläche } K}{\text{maximale Konzentrationsfläche } K_{\max}}$$

$$Gini(GK) = \frac{\text{Fläche zw. Gleichvert. und Lorenzkurve}}{\text{Fläche unter Gleichverteilung}}$$

Anmerkung: Als „Konzentrationsfläche“ K bezeichnet man die Fläche, zwischen der Gleichverteilungsdiagonalen und der LORENZ-Kurve: $0 \leq K \leq 1/2$.

Wegen $K_{\max} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2n}$ lautet der normierte Gini – Koeffizient :

$$\text{norm. Gini} = K \cdot \frac{2n}{n-1}$$

Der Wertebereich des Gini-Koeffizienten liegt zwischen 0 (= Gleichverteilung) und 1 (= vollständige Konzentration auf einen Merkmalsträger).

$$GK = \frac{\text{Fläche zw. Gleichvert. und Lorenzkurve}}{0,5} = \frac{\rightarrow 0}{0,5} \rightarrow 0 \quad \left. \vphantom{GK} \right\}$$

→ nahezu Gleichverteilung

$$GK = \frac{\text{Fläche zw. Gleichvert. und Lorenzkurve}}{0,5} = \frac{\rightarrow 0,5}{0,5} \rightarrow 1 \quad \left. \vphantom{GK} \right\}$$

→ vollständige Konzentration

keine Konzentration $\Leftrightarrow GK \in [0; 0,3]$

(mäßige) Konzentration $\Leftrightarrow GK \in]0,3; 0,7[$

vollständige Konzentration $\Leftrightarrow GK \in [0,7; 1]$

Erläuterung zur Berechnung des Gini-Koeffizienten

Fläche unter der Gleichverteilungsgeraden: $A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$

Fläche unterhalb der Lorenzkurve: Dreiecke $A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

und Trapeze $A_{\text{Trapez}} = \frac{1}{2} \cdot (h_i + h_{i+1}) \cdot \Delta x_i$

Berechnung des Gini-Koeffizienten

Maximale Konzentrationsfläche => Fläche unterhalb der Gleichverteilungsgerade

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

Fläche unterhalb der Lorenzkurve:

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 0,025 = 0,00625$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot (h_1 + h_2) \cdot g \rightarrow \frac{1}{2} \cdot (0,025 + 0,5) \cdot 0,4 = 0,105$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot (h_1 + h_2) \cdot g \rightarrow \frac{1}{2} \cdot (0,5 + 0,77) \cdot 0,09 = 0,05715$$

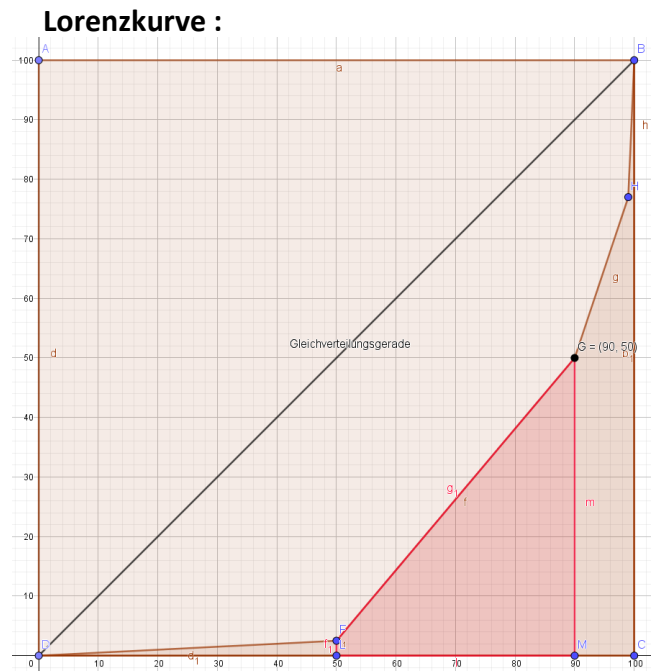
$$A_4 = \frac{1}{2} \cdot (h_1 + h_2) \cdot g \rightarrow \frac{1}{2} \cdot (0,77 + 1) \cdot 0,01 = 0,00885$$

Fläche unterhalb der Lorenzkurve:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 0,17725$$

Fläche zwischen Gleichverteilung und Lorenzkurve:

$$0,5 - 0,17725 = 0,32275$$



$$GK = \frac{\text{Fläche zw. Gleichvert. und Lorenzkurve}}{\text{Fläche unter Gleichverteilung}}$$

$$GK = \frac{0,5 - 0,17725}{0,5} = \frac{0,32275}{0,5} = 0,6455$$

Auswertung:

keine Konzentration $\Leftrightarrow GK \in [0; 0,3]$

(mäßige) Konzentration $\Leftrightarrow GK \in]0,3; 0,7[$

vollständige Konzentration $\Leftrightarrow GK \in [0,7; 1]$

Grundlage: Verteilungstabelle

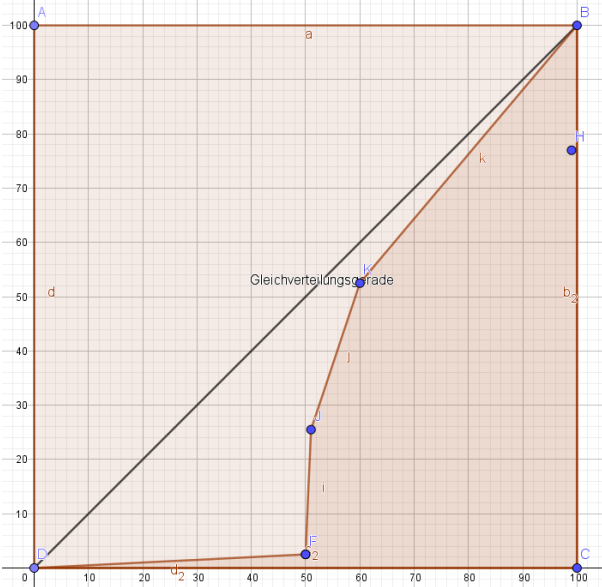
Bevölkerung			Vermögen			$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{Steigung}$ → Sekantensteigung → Differenzenquotient
Prozentanteil pro Klasse	rel. Anteil	kumulierte Prozentwerte	Prozentanteil pro Klasse	rel. Anteil	kumulierte Prozentwerte	
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,000	
50,00	0,50	0,50	2,50	0,03	0,025	0,05
40,00	0,40	0,90	47,50	0,48	0,500	1,1875
9,00	0,09	0,99	27,00	0,27	0,770	3
1,00	0,01	1,00	23,00	0,23	1,000	23
100,00	1,00	x-Achse	100,00	1,00	y-Achse	

Ordnen der Werte: (gemäß) Differenzenquotient } "von klein nach groß"

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = (\text{durchschnittliche}) \text{ Steigung} = \text{Sekantensteigung}$$

richtige Reihenfolge der Anordnung

Lorenzkurve (fehlerhaft):



Verletzung des Ordnungsprinzips:

Ordnen der Werte gemäß Differenzenquotient :
 → "von klein nach groß"

Werte:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = (\text{durchschn.}) \text{ Steigung} \leftrightarrow \text{Sekantensteigung}$$

Darstellung bei nicht berücksichtigtem Ordnungssystem

Bevölkerung			Vermögen		
Prozentanteil pro Klasse	rel. Anteil	kumulierte Prozentwerte	Prozentanteil pro Klasse	rel. Anteil	kumulierte Prozentwerte
0,00	0,00	0,00	0,00	0,000	0,000
50,00	0,50	0,50	2,50	0,025	0,025
1,00	0,01	0,51	23,00	0,230	0,255
9,00	0,09	0,60	27,00	0,270	0,525
40,00	0,40	1,00	47,50	0,475	1,000
100,00	1,00	x-Achse	100,00	1,000	y-Achse

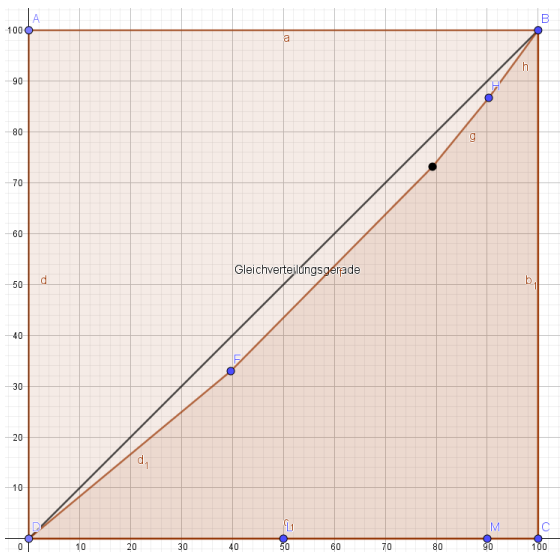
$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{Steigung}$
 → Sekantensteigung
 → Differenzenquotient

0,05
23
3
1,1875

geordnet nach Prozentanteilen

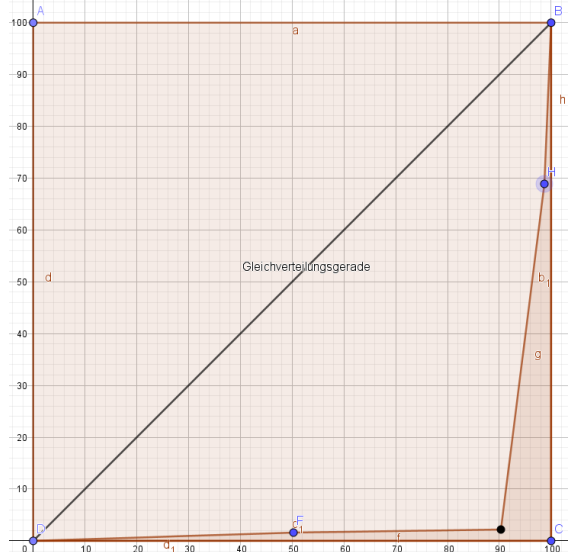
fehlerhafte Reihenfolge der Anordnung

Sonderformen:



$$GK = \frac{\text{Fläche zw. Gleichvert. und Lorenzkurve}}{0,5} = \frac{\rightarrow 0}{0,5} \rightarrow 0$$

→ GK → 0 → nahezu Gleichverteilung



$$GK = \frac{\text{Fläche zw. Gleichvert. und Lorenzkurve}}{0,5} = \frac{\rightarrow 0,5}{0,5} \rightarrow 1$$

→ GK → 1 → vollständige Konzentration