Übungsaufgaben zur Klausur: Mathematik und Statistik

Lehrveranstaltung: Wirtschaftsmathematik

Fakultät für Wirtschaft

Studiengang: BWL-Öffentliche Wirtschaft-Wirtschaftsförderung Datum: 26.01.2023

<table>
<tr><td>Matrikelnummer:</td><td colspan="3"></td><td colspan="2">Dozent: Jürgen Meisel</td></tr>
<tr><td colspan="2">Kurs: WOW22A/B</td><td>Semester:</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Hilfsmittel: Wiss. TR & Formelsammlung</td><td colspan="2">Bearbeitungszeit: 60 min.</td></tr>
<tr><td>Bewertung:</td><td colspan="3">Maximale Punktzahl: 60</td><td>Erreichte Punktzahl:</td><td></td></tr>
<tr><td>Prozente:</td><td colspan="3">................</td><td colspan="2">Signum: ....</td></tr>
<tr><td>Anmerkungen:</td><td colspan="5">Bitte bearbeiten Sie nur 5 der 6 Aufgabenstellungen.

<u>Bitte beachten:</u>
Falls Sie bei allen Aufgaben eine Bearbeitung bzw. Teilbearbeitung durchgeführt haben, müssen Sie eine Aufgabe für die Bewertung streichen.
Sollte die Annullierung einer Aufgabe von Ihrer Seite nicht erfolgen, dann kommen die Aufgaben 1 bis 5 in die Wertung!</td></tr>
</table>

Nr	Thema der Aufgabe	max. Punkte	erreichte Punkte	Bemerkungen
1	Matrizenrechnung: Übergänge und stat. GG	12		
2	Diff.-Rg I (mehrere Var.): Extrema ohne NB	12		
3	Diff.-Rg II (mehrere Var.): Extrema mit NB	12		
4	Ökonomische Anwendung zur Diff.-Rg. (1 Variable)	12		
5	Matrizenrechnung: Mehrstufige Produktion und Produktverflechtung	12		
6	Lineare Optimierung	12		
Summe		60		

(1) Matrizenrechnung: Übergänge und stat. Gleichgewicht

Gegeben Übergangsmatrix: $$U[A,B,C] = \begin{pmatrix} 0,22 & b & c \\ 0,42 & 6b & 5c \\ a^2 & b & 0,4 \end{pmatrix}$$

Im letzten Monat des Jahres 2022 konnte man folgende Verteilungsverhältnis feststellen:
A : B : C entspricht 1 : 10 : 9

a) Vervollständigen Sie die Übergangsmatrix U[A, B, C] und erstellen Sie den Verteilungsvektor für die 2.000 Personen als Grundgesamtheit.

b) Welche Werte sind im Januar und Februar 2023 zu erwarten?

c) Wie waren denn die Werte im November 2022?
Können diese ermittelt werden aufgrund der Datenbasis?

d) Der Unternehmer überlegt sich, Standort C auszubauen – das würde sich aber nur lohnen, wenn bei gleichbleibendem Wechselverhalten langfristig mehr als 35 % der Grundgesamtheit dort anzutreffen wäre. Entscheidung?

(2) Differentialrechnung I: Extrema ohne Nebenbedingung(en)

Ermitteln Sie die stationären Stellen der Funktion

$$f(x,y) = \frac{1}{2}xy^2 - 5xy + \frac{1}{4}x^2 - 6$$

und untersuchen Sie diese_auf ihre Extremwerteigenschaft.
Berechnen Sie den Funktionswert nur ***bei Extremwertstellen*** 😉

(3) Differentialrechnung II: Extrema mit Nebenbedingungen

Gegeben sei folgende Produktionsfunktion: $f(x,y) = 4 \cdot x^{0,25} \cdot y^{0,75}$

Eine Mengeneinheit für **x kostet 10 GE**, der Preis für eine Mengeneinheit von **y liegt bei 12 GE**.
Insgesamt steht ein Budget von **b = 8.000 GE** zur Verfügung.

a) Bestimmen Sie die optimale Produktion mit Hilfe des Lagrangeansatzes.

b) Welchen Wert besitzt der Lagrangeparameter im Maximumfall und welche ökonomische Aussage kann hier getroffen werden, wenn sich das Budget b um **500** GE verringert?

(4) Ökonomische Anwendung zur Differentialrechnung mit einer Variablen

Der Unternehmer Kuno Storchenfuß agiert mit der Gesamtkosten-Funktion

$$k(x) = 0,02x^3 - 0,3x^2 + 2x + 8.$$

Die Preis-Absatzfunktion lautet $p(x) = 14,4 - 0,1x^2$

a) Bestimmen Sie die Gewinnschwelle und die Gewinngrenze.
b) Ermitteln Sie das Gewinnmaximum und die max. Produktionsmenge.
c) Berechnen Sie den Cournot-Punkt.
d) Bei welcher Produktionsmenge liegt das Minimum der Durchschnittskosten?
e) Wie lauten Höchstpreis und Sättigungmenge der Marktsituation?

(5) Matrizenrechnung: Mehrstufige Produktion und Produktverflechtung

Ein Betrieb produziert aus den Rohstoffen R_1, R_2 und R_3 die zwei Zwischenprodukte Z_1 und Z_2 und daraus die drei Endprodukte E_1, E_2 und E_3 her.
Der Materialfluss in Mengeneinheiten (ME) ist den Matrizen zu entnehmen.

$$M_{RZ} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 5 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} \quad und \quad M_{ZE} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie den Bedarf an Zwischenprodukten und Rohstoffen, wenn eine Endproduktbestellung von $\vec{e} = \begin{pmatrix} 10 \\ 25 \\ 40 \end{pmatrix}$ vorliegt.

b) Bestimmen Sie die Determinante und die Inverse der Matrix M_{RE}.

Es ist folgender Vorrat an Rohstoffen vorhanden: $\vec{r} = \begin{pmatrix} 299 \\ 479 \\ 598 \end{pmatrix}$

c) Wie viele **Endprodukte E_1, E_2 und E_3** können hergestellt werden, wenn das Lager danach vollständig leer sein soll und von **E_3 in jedem Fall 10 ME** produziert werden?

(6) Lineare Optimierung

Gegeben sei ein System aus Nebenbedingungen und einer Zielfunktion:

$$(i) \quad \frac{1}{2}x + y \leq 150$$

$$(ii) \quad \frac{2}{5}x + \frac{1}{4}y \leq 60 \qquad und \qquad ZF: g(x,y) = \frac{5}{2}x + 4y \quad \rightarrow \quad \max.$$

$$(iii) \quad \frac{4}{5}x + \frac{11}{10}y \leq 175$$

Lösen Sie das Problem graphisch **und** per Simplexalgorithmus.