**Klausur: Mathematik und Statistik**

Lehrveranstaltung: Wirtschaftsmathematik

**Fakultät für Wirtschaft**

**Studiengang: BWL-Öffentliche Wirtschaft-Wirtschaftsförderung Datum: 27.01.2025**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Matrikelnummer:** |  | | | **Dozent: Jürgen Meisel** | |
| **Kurs: WOW24A/B** | | **Semester:** | 1 |  |  |
| **Hilfsmittel: Formelsammlung** | | | | **Bearbeitungszeit: 60 min.** | |
| **Bewertung:** | Maximale Punktzahl: 60 | | | Erreichte Punktzahl: |  |
| **Prozente:** | ................ | | | Signum: ................ | |
| **Anmerkungen:** | ***Bitte bearbeiten Sie nur 6 der 8 Aufgabenstellungen.***  ***Bitte beachten:***  ***Falls Sie bei allen Aufgaben eine Bearbeitung bzw. Teilbearbeitung durchgeführt haben, müssen Sie eine Aufgabe für die Bewertung streichen.***  ***Sollte die Annullierung der Aufgaben von Ihrer Seite nicht erfolgen, dann kommen die Aufgaben 1 bis 6 in die Wertung!*** | | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Nr** | **Thema der Aufgabe** | **max.**  **Punkte** | **erreichte**  **Punkte** | **Bemerkungen** |
| **1** | **Summen und Ableitungen** | **10** |  |  |
| **2** | **Binomischer Lehrsatz** | **10** |  |  |
| **3** | **Diff.-Rg mit einer Variablen / Kurvenscharen** | **10** |  |  |
| **4** | **Matrizenrechnung** | **10** |  |  |
| **5** | **Diff.-Rg I (mehrere Var.):**  **Extrema ohne NB** | **10** |  |  |
| **6** | **Diff.-Rg II (mehrere Var.):**  **Extrema mit NB** | **10** |  |  |
| **7** | **Übergangsprozesse und statisches Gleichgewicht** | **10** |  |  |
| **8** | **Lineare Optimierung** | **10** |  |  |
| **Summe** |  | **60** |  |  |

1. **Summen und Ableitungen**

**Teil 1: Summen berechnen**

Ermitteln Sie per Anwendung der Gesetzmäßigkeiten der Rechenregeln mit Summen den Wert des nachfolgenden Ausdrucks:



**Lösung:**



**Teil 2: Ableitungen bilden**

Bestimmen Sie jeweils die 1. Ableitung der gegebenen Funktion:



**Lösung:**





1. **Binomischer Lehrsatz**

Entwickeln Sie den Ausdruck gemäß Binomischem Lehrsatz: 

**Lösung:**



1. **Differentialrechnung ganzrationaler Scharkurven**

Gegeben sei folgende Kurvenschar einer ganzrationalen Funktion:



Ermitteln Sie die Lösung zu folgenden gesuchten Größen:

1. Ortskurve der Extrema

Sei nun eine weitere Funktion gegeben: 

b) Bestimmen Sie ***mittels Newton-Iteration*** eine mögliche Nullstelle im Intervall [5 ; 6]

Es genügt ein Iterationsschritt.

***Der Küchenschäff empfiehlt: TAKE THE SIX*** 😉

**Lösung:**



Newton-Iteration:



1. **Matrizenrechnung**

Gegeben sei die Matrix ****

Berechnen Sie folgende Ausdrücke:

1.  b)  c)  .

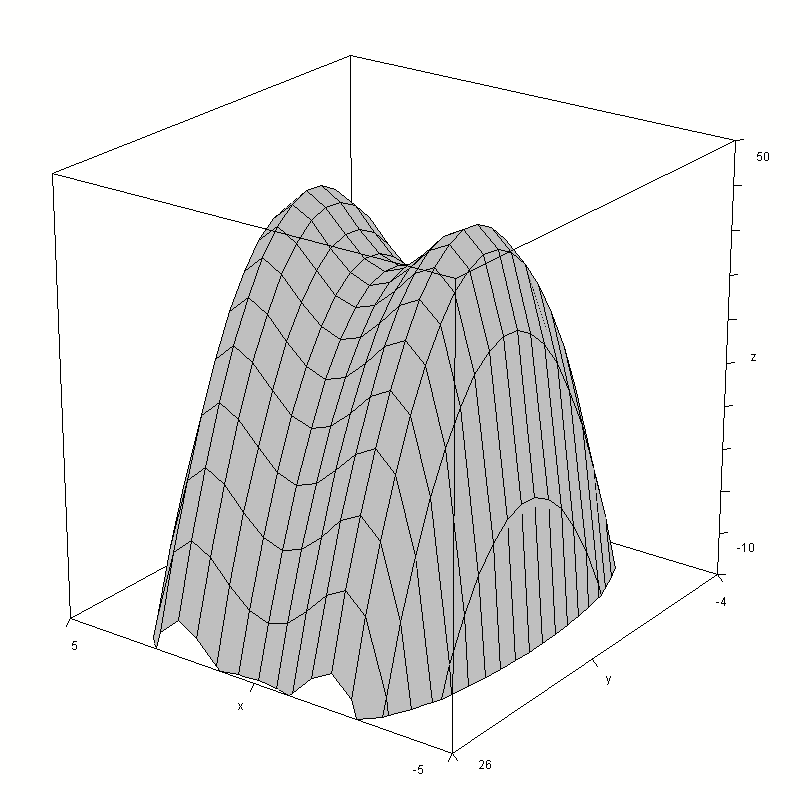
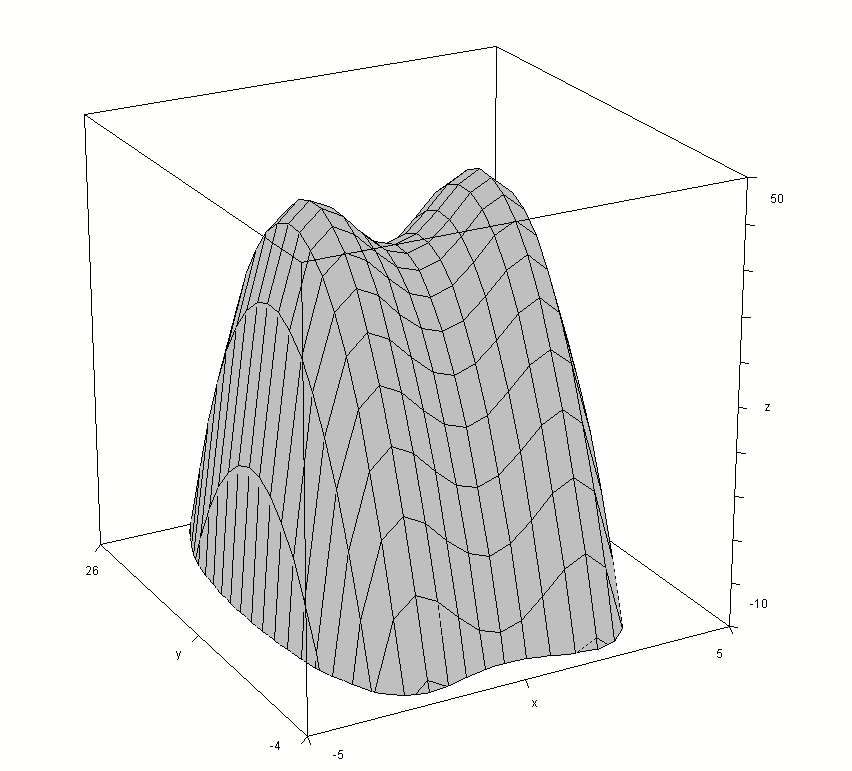
**Lösung:**

****

1. **Differentialrechnung mit mehreren Variablen I: Extrema ohne Nebenbedingung(en)**

## Gegeben seien die Funktion und ihr Graphen aus zwei Perspektiven.

## 

** **

1. Beschreiben Sie kurz, ***wie viele stationäre Stellen*** existieren (müssen) und begründen Sie aufgrund der Graphen, ***wie viele Extrema*** sich daraus ableiten lassen.

**Lösung:**

***Man kann drei stationäre Stellen erkennen, da die Tangentialebene an diesen Stellen jeweils***

***die Steigung m = 0 besitzt.***

***Allerdings kann man nur an den beiden „Höckern“ jeweils ein Maximum feststellen, während***

***der Übergang in x- und y-Richtung unterschiedliche Krümmungen aufweisen, so dass ein Sattel-***

***punkt vorliegen muss.***

1. Bestätigen Sie Ihre Aussagen unter a) mittels Berechnung.

***Anmerkung: Die Funktionswerte eventueller Extrema oder anderer Stellen müssen nicht***

***berechnet werden!***

**Lösung:**



1. **Differentialrechnung mit mehreren Variablen II: Extrema mit Nebenbedingungen**

### Gegeben sei folgende Produktionsfunktion:

# Eine Mengeneinheit für x kostet 5,60 GE, der Preis für eine Mengeneinheit

# von y liegt bei 4,80 GE.

Insgesamt steht ein Budget von **b = 400,00** GE zur Verfügung.

Bestimmen Sie die optimale Produktionskombination für x und y mit Hilfe des

Lagrangeansatzes.

**ZUSATZ:** Zeigen Sie, dass das optimale Produktionsergebnis folgenden Wert annehmen kann:



**Lösung:**



1. **Matrizenrechnung: Übergänge und stat. Gleichgewicht**

Im Vorfeld der kommenden Bundestagswahl hat das Marktforschungsunternehmen **KreuzAn** eine regionale Erhebung der Wählerströme zwischen den drei am Ort ansässigen Parteien A, B und D durchgeführt, um eine Prognose abgeben zu können.

Die Veränderungen und die aktuellen Stimmenanteile sind in der Matrix und dem Verteilungsvektor dargestellt:



1. Welche Werte sind gemäß der Datenlage für die kommende Wahl zu erwarten?

**Lösung:**



1. Zeigen Sie, dass Partei D bei dieser Konstellation und entsprechend konstantem Verhalten einen Wähleranteil von über 70 % erreichen könnte.

**Lösung:**



1. **Lineare Optimierung**

Eine Firma stellt zwei Arten von Osterhasen her: **Hase (A)lfred und Häsin (B)erta**

Unter Verwendung der Milch und Schokolade und hinsichtlich der Produktionszeit müssen einige Kapazitätsobergrenzen eingehalten werden 😉

Diese ergeben sich aus nachfolgender tabellarischer Übersicht:

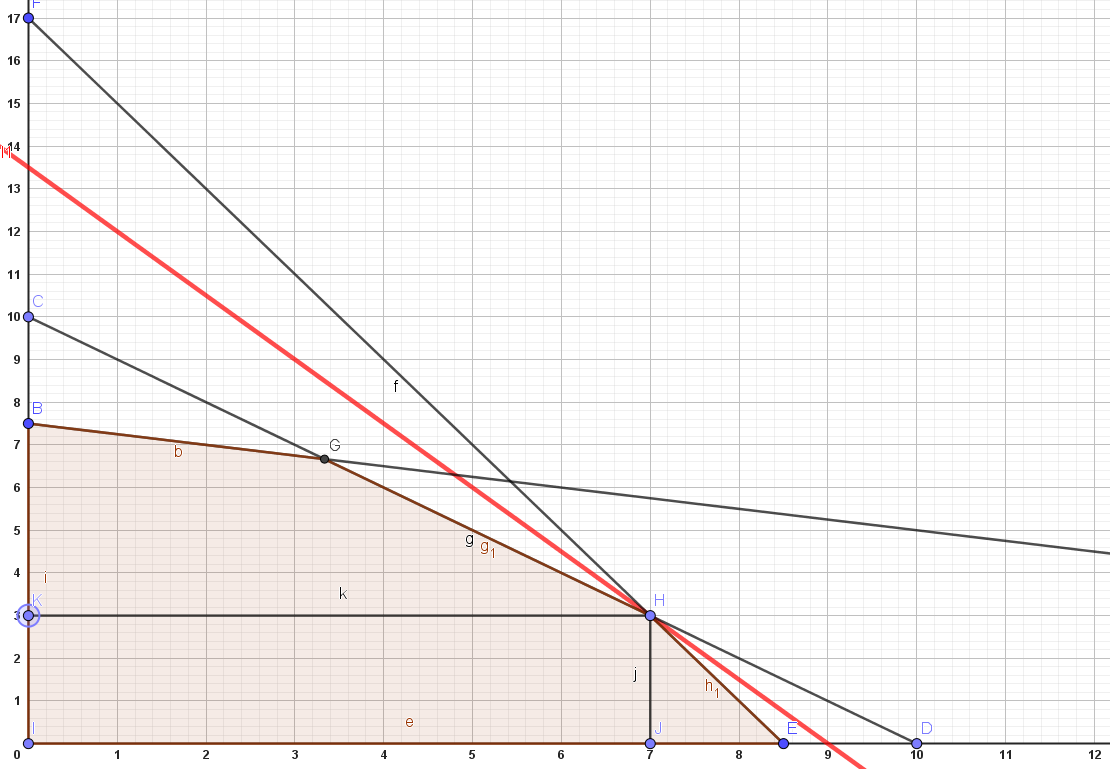
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Produktion** | **Hase (A)lfred** | **Häsin (B)erta** | **Kapazität/Restriktion** |
|  | Osterhasen im AK-Test - Online Magazin für Frauen ab 30 – Women30plus –  Work, Life, Balance | Viele Schoko-Osterhasen |  |
| **Milch** | **2** | **10** | **60** |
| **Schokolade** | **6** | **6** | **60** |
| **Produktionszeit** | **10** | **5** | **85** |
| **Gewinn** | **45** | **30** |  |

**Wie viele Hasen sollen von jeder Sorte hergestellt werden, damit der Gewinn maximal wird?**

1. Lösen Sie das Optimierungsproblem graphisch und geben Sie die optimale Kombination an.

***Anmerkung: Sie können hierzu die Anlage Koordinatensystem verwenden.***

**Lösung:**





Nach einigen Schritten mit dem Simplexalgorithmus erhält man folgendes Tableau.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **x** | **y** | **u1** | **u2** | **u3** | **b** | **Umformung** |
| **I** | **0** | **9** | **1** | **0** | **-0,2** | **43** |  |
| **II** | **0** | **3** | **0** | **1** | **-0,6** | **9** |  |
| **III** | **1** | **0,5** | **0** | **0** | **0,1** | **8,5** |  |
| **Z** | **0** | **7,5** | **0** | **0** | **-4,5** | **g-382,5** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

1. Wie viele Mengeneinheiten an Schokolade ist noch übrig?

**Lösung: Es sind noch 9 ME der Schokolade übrig.**

1. Erstellen Sie nun ausgehend vom gegebenen Tableau das Endtableau und

geben Sie die vollständige Lösung an.

**Lösung: Kompletter Rechenvorgang per Simplexalgorithmus**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **x** | **y** | **u1** | **u2** | **u3** | **b** | **Umformung** |
| **I** | **2** | **10** | **1** | **0** | **0** | **60** |  |
| **II** | **6** | **6** | **0** | **1** | **0** | **60** |  |
| **III** | **10** | **5** | **0** | **0** | **1** | **85** | **iii/10** |
| **Z** | **45** | **30** | **0** | **0** | **0** | **g** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** | **2** | **10** | **1** | **0** | **0** | **60** | **i – 2iii** |
| **II** | **6** | **6** | **0** | **1** | **0** | **60** | **ii – 6iii** |
| **III** | **1** | **0,5** | **0** | **0** | **0,1** | **8,5** |  |
| **Z** | **45** | **30** | **0** | **0** | **0** | **g** | **z – 45iii** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** | **0** | **9** | **1** | **0** | **-0,2** | **43** |  |
| **II** | **0** | **3** | **0** | **1** | **-0,6** | **9** | **ii/3** |
| **III** | **1** | **0,5** | **0** | **0** | **0,1** | **8,5** |  |
| **Z** | **0** | **7,5** | **0** | **0** | **-4,5** | **g-382,5** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** | **0** | **9** | **1** | **0** | **-0,2** | **43** | **i – 9ii** |
| **II** | **0** | **1** | **0** |  | **-0,2** | **3** |  |
| **III** | **1** | **0,5** | **0** | **0** | **0,1** | **8,5** | **iii-0,5ii** |
| **Z** | **0** | **7,5** | **0** | **0** | **-4,5** | **g-382,5** | **z-7,5ii** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **I** | **0** | **0** | **1** | **-3** | **1,6** | **16** |  |
| **II** | **0** | **1** | **0** |  | **-0,2** | **3** |  |
| **III** | **1** | **0** | **0** |  | **0,2** | **7** |  |
| **Z** | **0** | **0** | **0** | **-7,5** | **-3** | **g-405** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |