

Hilfsmittel: Mathematische Formelsammlung und nicht progr. Taschenrechner
Bearbeitungszeit: 60 Minuten

1.) **Extrema ohne Nebenbedingungen**

10	
----	--

Ermitteln Sie die stationäre Stelle der Funktion und untersuchen Sie diese Stelle auf ihre Extremwerteigenschaft.

Bitte mit Berechnung des Funktionswerts.

$$f(x, y) = -2x^2 + 2xy - y^2 + 18x - 14y + 4$$

2.) **Ableitungen**

20	
----	--

Bilden Sie bei den folgenden Funktionen jeweils die ersten partiellen Ableitungen:

a) $f(x, y, z) = x^2 \cdot y \cdot e^{4xyz}$

b) $f(x, y) = \frac{x^4}{y}$

c) $f(x, y, z) = 3xyz + x^2y - xz^3$

3.) **Optimum mit Nebenbedingungen**

10	
----	--

Bestimmen Sie das Extremum der Funktion unter der gegebenen Nebenbedingung:

$$f(x, y) = x^{0,4} \cdot y^{0,6} \quad \text{unter NB: } x + 4y \leq 140$$

4.) **Lineare Optimierung und Simplexalgorithmus**

16	
----	--

Lösen Sie das lineare Optimierungsproblem:

$$g(x, y) = 6x + 8y \rightarrow \max.$$

$$\text{Nebenbedingungen:} \quad \begin{array}{l|l} (1) & 2x + 3y \leq 11 \\ (2) & 4x + y \leq 10 \\ (3) & x + y \leq 4 \end{array}$$

a) Graphische Lösung

b) Lösung mittels Simplexalgorithmus

5.) **Wachstum und Exponentialfunktionen**

14	
----	--

Zum Zeitpunkt $t = 0$ hatte die Firma Zwerg 12.800 Mitarbeiter.

Aufgrund zu erwartender positiver Entwicklungen werden in den kommenden 4 Jahren voraussichtlich 1.500 Mitarbeiter neu eingestellt.

a) Welches durchschnittliche jährliche Wachstum in % liegt hier vor?

b) Ermitteln Sie die exponentielle Wachstumsfunktion zur Basis e .

c) Wann hätte die Firma die Grenze von 20.000 Mitarbeitern erreicht?

Der Konkurrent - die Firma Herkules - hat zum Zeitpunkt $t = 0$ insgesamt 16.400 Mitarbeiter.

Gehen Sie bei der folgenden Fragestellung unabhängig von den Ergebnissen aus den obigen Teilaufgaben von folgenden Wachstumsfunktionen aus:

$$\text{Firma Zwerg:} \quad f_{\text{Zwerg}}(t) = 12.800 \cdot e^{0,02 \cdot t}$$

$$\text{Firma Herkules:} \quad f_{\text{Herkules}}(t) = 16.400 \cdot e^{-0,018 \cdot t}$$

d) Wann werden beide Firmen die gleiche Mitarbeiterzahl haben?

Anmerkung:

Zur Klausur dürfen auch zweisprachige Wörterbücher verwendet werden