

Lösungsverhalten quadratischer Gleichungen

Monatsaufgabe Oktober 2005

Seit Wochen werde ich gelöchert, angemailt und auf offener Straße angehalten, ich kann mich in den Schulfluren nur inkognito bewegen ...

... aber nun ist sie endlich da, die Monatsaufgabe für Oktober zum Thema:

Wahrscheinlichkeit für das Lösungsverhalten quadratischer Gleichungen

In einer quadratischen Gleichung $x^2 + px + q = 0$ sollen die Koeffizienten p und q unabhängig voneinander aus dem Intervall $[0; 1]$ ausgewählt werden.

- a) Wie muss q in Abhängigkeit von p gewählt werden, damit die quadratische Gleichung lösbar ist?
- b) Zu jedem Paar (p / q) gehört ein Punkt K des Einheitsquadrates und umgekehrt, z.B. $p = \frac{1}{2}$ und $q = \frac{1}{4}$.

In welchem Bereich des Einheitsquadrates liegen die Punkte, deren Koordinaten die Koeffizienten p und q einer lösbaren quadratischen Gleichung sind.

Geben Sie bitte für diesen Fall die Randfunktion an und markieren Sie die gesuchte Fläche im Einheitsquadrat.

- c) Für welchen Koeffizientenbereich hat die quadratische Gleichung demnach nur eine Lösung?
- d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die quadratische Gleichung bei unabhängiger Wahl von p und q aus dem Intervall $[0; 1]$ lösbar ist.
- e) Erstellen Sie ein kleines Programm mit Hilfe einer Programmiersprache oder ein dynamisches Tabellenblatt mittels Excel (d.h. Einbindung von Formular-elementen), das die unter d) ermittelte Wahrscheinlichkeit durch eine genügend hohe Versuchsanzahl simuliert (max. 10.000 Versuche).

Viel Spaß und Erfolg

wünscht Jürgen Meisel