

Die Kugel

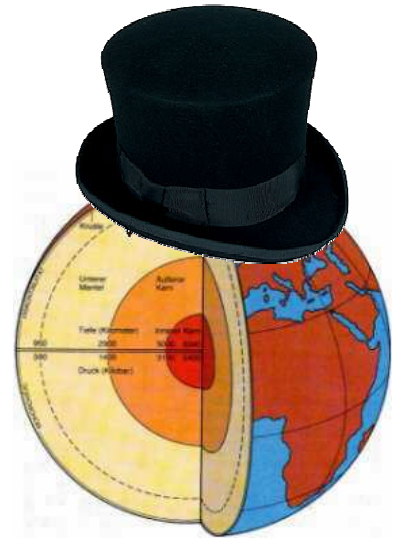
Als ich am Sonntagmorgen den Lokalteil unserer Samstagszeitung aufschlug, sprang mir eine in großen Lettern gedruckte Überschrift ins Auge:

„Heute Eröffnung der Ausstellung des bekannten Künstlers Ferdi Scharlatan im örtlichen Tabakschuppen.“

Da das Wetter schlecht war und wir deshalb unseren Ausflug in den Landauer Zoo verschieben mussten, überredete ich meine Frau mit mir zur Vernissage zu gehen.

Wir waren die letzten Gäste, die sich im Tabakschuppen tummelten. Alle, die Rang

und Namen hatten, waren da. Der Ortsbürgermeister hielt eine einschläfernde Ansprache, danach trat der Künstler selbst ans Rednerpult. Er entsprach genau dem Klischee, das ich von Künstlern hatte: Unter dem breitkrepmpigen schwarzen Hut, der schief auf seinem Kopf saß, sah man lange Haare und einen noch längeren Bart. Auch das übrige Outfit war der Berufsgarde würdig. Ferdi Scharlatan war anscheinend ein Freund strenger Formen, und ich fühlte mich in den Geometrieunterricht meiner Schulzeit zurückversetzt.



Überall standen bunte, schwarze, weiße, gestreifte, karierte und gepunktete Würfel, Kugeln, Pyramiden und Kegel herum. Meine Frau und ich betrachteten gerade eine weiße Marmorkugel, als uns eine Stimme von hinten ansprach: „Diese Kugel symbolisiert die Einheit von Form und Zahl.“ Wir drehten uns um. Vor uns stand Ferdi Scharlatan selbst und begann einen wortreichen Vortrag.

„Hast du etwas begriffen?“, fragte ich meine Frau, nachdem er erhobenen Hauptes davongegangen war. „Wenn ich ihn richtig verstanden habe, so sind die Oberfläche und das Volumen, der Kugel ganzzahlige Vielfache von π , wobei diese Vielfachen beides vierstellige Zahlen sind.“ „Dann hat er noch gesagt, dass der Radius der Kugel eine ganze Zahl ist.“, erinnerte meine Frau.

„Aber welchen Wert er hat, habe ich nicht behalten.“

Daraus entstehen nun wieder eine Menge Fragen:

- 1.) Welchen Radius hat die Kugel?
- 2.) Welches maximale Volumen und welche Kantenlänge hat ein Würfel, der in diese Kugel gerade noch hineingelegt werden könnte, d.h. dass der Kugelrand von den acht Eckpunkten des Würfels berührt würde?
- 3.) Schreiben Sie ein Programm in VB, mit dem man das Volumen, die Oberfläche und die Mantelfläche nach Eingabe den notwendigen Größen für folgende Körper ausgegeben bekommt: Würfel, Quader, Pyramide(-nstumpf), Zylinder, Kegel(-stumpf), Prisma, Spat, Kugel, Torus.

Nun zu den Lösungen:

Oberflächenformel: $O(r) = 4\pi r^2$

Volumenformel: $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

Voraussetzungen: O und V müssen ganzzahlig und vierstellig sein; r ist ganzzahlig
 \Rightarrow wenn V ganzzahliges Vielfaches von π sein soll,
dann muss r zusätzlich noch durch 3 teilbar sein.

Folge: r kann daher nur den Wert 18 besitzen:

$$O(r) = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$O(18) = 4 \cdot \pi \cdot 18^2 = 1296\pi$$

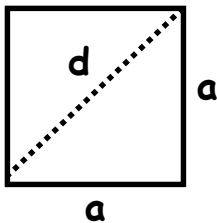
und

$$V(r) = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V(18) = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 18^3 = 7776\pi$$

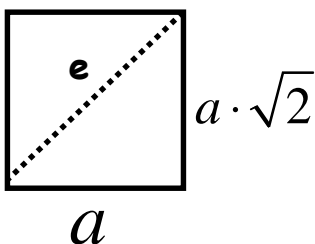
Die Raumdiagonale des den Volumen-maximal großen Würfel ist zugleich der Durchmesser der Kugel.

Hier muss zuerst die **Flächendiagonale** d



$$\begin{aligned} d^2 &= a^2 + a^2 = 2a^2 \\ d &= a \cdot \sqrt{2} \end{aligned}$$

und danach die **Raumdiagonale** e mittels Pythagoras berechnet werden.



$$\begin{aligned} e^2 &= 2a^2 + a^2 = 3a^2 \\ e &= a \cdot \sqrt{3} \end{aligned}$$

Der Radius der Kugel ist dann die Hälfte der berechneten Raumdiagonalen:

Raumdiagonale :

$$e = a \cdot \sqrt{3}$$

Radius :

$$r = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot a$$

Nach a (= Kantenlänge des Würfels) aufgelöst:

$$a(r) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot r$$

$r = 18$ eingesetzt :

$$a(18) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 18 = 12 \cdot \sqrt{3}$$

Volumen des Würfels:

$$V(a) = a^3$$

$$V(12 \cdot \sqrt{3}) = (12 \cdot \sqrt{3})^3 = 8.972,97 [VE]$$

Bezüglich der Programme möchte ich mich bei den beiden Schülern Noman Ahmed und Srikan Balasubramaniam bedanken.

Ein eigenes Programmprodukt werde ich noch nachliefern.