

## Monatsaufgabe Mai/Juni 2004

Diesmal geht's mit der Mathematik in die Wirtschaft - also ökonomische Anwendungen am Beispiel des Herrn Cournot.

### Der Punkt des Herrn Cournot

Durch einige Panel-Tests hat die Firma Mono & Pol folgende Daten für die zu bestimmende lineare Preis-Absatz-Funktion (PAF) erhalten:

Menge $x$	0	10	24
Preis $p$	12	7	0

- a) Bestimmen Sie die lineare PAF  $p(x)$  und zeichnen Sie diese in ein Koordinatensystem.

$$PAF: p(x) = -\frac{1}{2}x + 12$$

=> Zur Lösung: 2 Punkte in allgemeine Geradengleichung einsetzen.

- b) Die Kostenfunktion entspricht einer Parabel 2. Grades. Die Fixkosten belaufen sich dabei auf 40 GE, die variablen Kosten gestalten sich in Abhängigkeit der produzierten Menge wie folgt:

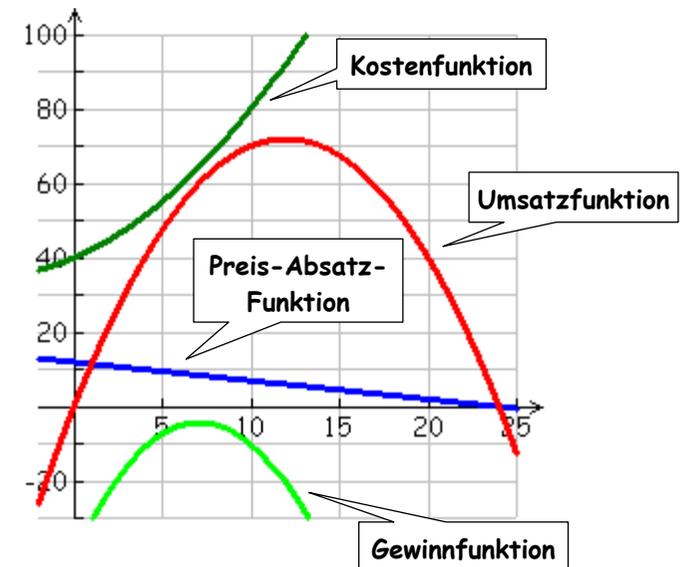
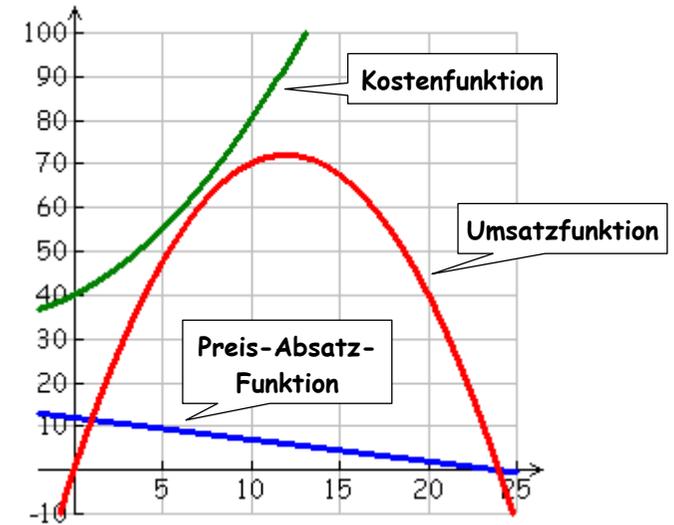
Menge $x$	0	10	24
Variable Kosten $k_{var}$	12	7	0

- (i) Ermitteln Sie die Gesamtkostenfunktion  $K(x) = k_{var} + k_{fix}$

$$Kostenfunktion: K(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 2x + 40$$

=> Zur Lösung: 3 Punkte in allgemeine quadratische Gleichung einsetzen.

- (ii) Zeichnen Sie diese ermittelte Funktion in das Koordinatensystem von a)



Anmerkung:

Leider machte der Monopolist bei dieser Marktsituation keinen Gewinn.

(iii) Jetzt können Sie auch die Durchschnittskostenfunktion

$$KD(x) = \frac{K(x)}{x} \text{ und deren Minimum berechnen.}$$

*Durchschnittskostenfunktion:*

$$\Rightarrow \frac{K(x)}{x} = -\frac{1}{5}x + 2 + \frac{40}{x}$$

c) Berechnen Sie die Erlös- bzw. Umsatzfunktion.  
Das Ergebnis sollten Sie ebenfalls in das Koordinatensystem übernehmen.

$$\text{Erlösfunktion: } E(x) = \left(-\frac{1}{2}x + 12\right) \cdot x$$

$$\Rightarrow \text{Zur Lösung: } E(x) = p(x) \cdot x$$

d) Berechnen Sie noch geschwind die Gewinnfunktion.

*Gewinnfunktion:*

$$G(x) = \left(-\frac{1}{2}x + 12\right) \cdot x - \left(\frac{1}{5}x^2 + 2x + 40\right)$$

$$G(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 12x - \frac{1}{5}x^2 - 2x - 40$$

$$\Rightarrow G(x) = -\frac{7}{10}x^2 + 10x - 40$$

$$\text{Zur Lösung: } G(x) = E(x) - K(x)$$

e) Hätten Sie noch die unendliche Güte auch das Gewinnmaximum zu errechnen?

*Gewinn maximum*

$$G'(x) = -\frac{7}{5}x + 10 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{50}{7} \approx 7,1$$

$$G''(x) = -\frac{7}{5} < 0 \Rightarrow x = \frac{50}{7} \text{ ist Maximum}$$

$$\Rightarrow G\left(\frac{50}{7}\right) = -4,28$$

Zur Lösung: *G(x) ableiten*

f) Herr Cournot wäre erfreut, wenn Sie ihm die Ehre zuteil werden lassen und den nach ihm benannten Punkt jetzt bestimmen.

$\Rightarrow$  ***Der Cournot-Punkt ist der Punkt auf der PAF, bei dem der Monopolist seine Gewinnmaximum erzielt.***

$$p\left(\frac{50}{7}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{50}{7} + 12$$

$$p\left(\frac{50}{7}\right) = \frac{59}{7}$$

$$C\left(\frac{50}{7} \mid \frac{59}{7}\right)$$

Zur Lösung: *x in PAF einsetzen.*

g) Suchen Sie nach geeigneten Informationen über den Herrn nach dem der in f) markante ökonomische Punkt benannt ist.

Wanted: WER WAR COURNOT???

$\Rightarrow$  ***GOOGLE ...***