

Abiturprüfung Mathematik 2006 (Baden-Württemberg)
Berufliche Gymnasien ohne TG – Anwendungsorientierte Aufgabe
Gruppe III, Aufgabe 2

2

Das Wachstum einer Pflanze wird über einen Zeitraum von mehreren Jahren untersucht.

2.1

Für die Wachstumsgeschwindigkeit w einer Pflanze in Abhängigkeit von der Zeit t liegen folgende Werte vor:

| | | | | | |
|-----------------|------|------|------|------|------|
| t in Jahren | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| w in Meter/Jahr | 0,80 | 0,54 | 0,36 | 0,24 | 0,16 |

Bestimme mit Hilfe der Messwerte eine Exponentialfunktion, die die Wachstumsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. Zeichne das Schaubild der Exponentialfunktion und die Messwerte in ein gemeinsames Koordinatensystem ein.

Um wie viel Prozent ändert sich die Wachstumsgeschwindigkeit pro Jahr ?

(7 Punkte)

2.2

Im Folgenden gilt:

$$v(t) = 1,2 \cdot e^{-0,4t} \text{ mit } t \geq 0$$

Dabei ist t die Zeit in Jahren und $v(t)$ gibt die Wachstumsgeschwindigkeit in Meter/Jahr zum Zeitpunkt t an.

2.2.1

Man betrachtet das Wachstum als beendet, wenn die Wachstumsgeschwindigkeit kleiner als 0,01 Meter/Jahr ist. Wann ist dies der Fall ? (2 Punkte)

2.2.2

Berechne die mittlere Wachstumsgeschwindigkeit der Pflanze in den ersten 5 Jahren. Um wie viel Meter ist die Pflanze in dieser Zeit gewachsen ? (3 Punkte)

2.2.3

Zur Zeit $t = 0$ ist die Pflanze 1 m hoch.

Bestimme eine Funktion, die die Höhe der Pflanze in Abhängigkeit von der Zeit angibt. (3 Punkte)

Lösung Aufgabe 2:

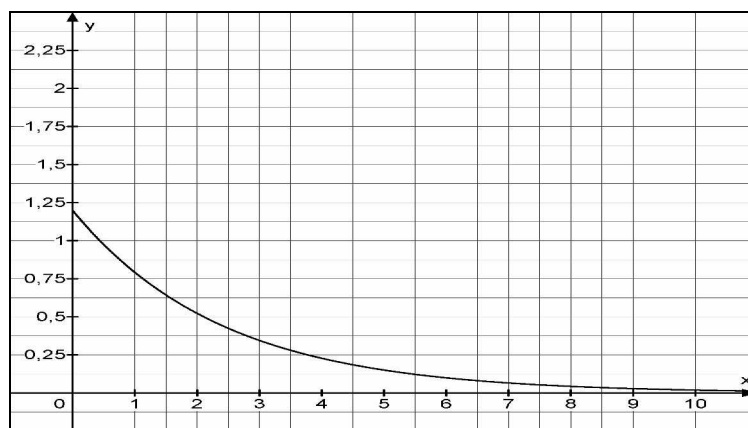
2.1

Anhand der Wertetabelle kann eine exponentielle Regression durchgeführt werden:

| L1 | L2 | L3 | 2 |
|---------|-----|-------|---|
| 1 | .8 | ----- | |
| 2 | .54 | | |
| 3 | .36 | | |
| 4 | .24 | | |
| 5 | .16 | | |
| ----- | | | |
| L2(6) = | | | |

| |
|---|
| ExpReg $y=a*b^x$ $a=1.202985112$ $b=.668325062$ |
|---|

$$w(t) = 1,20 \cdot 0,668^t$$



Pro Jahr nimmt die Wachstumsgeschwindigkeit um $1 - 0,668 = 0,332 = 33,2\%$ ab.

2.2.1

$$\text{Bedingung: } v(t) < 0,01 \Rightarrow 1,2 \cdot e^{-0,4t} < 0,01 \Rightarrow e^{-0,4t} < \frac{1}{120} \Rightarrow -0,4t < \ln\left(\frac{1}{120}\right) \Rightarrow t > 11,96$$

Die Pflanze ist somit nach ca. 12 Jahren ausgewachsen.

2.2.2

$$\text{Mittlere Wachstumsgeschwindigkeit} = \frac{1}{5-0} \cdot \int_0^5 1,2 \cdot e^{-0,4t} dt = 0,519 \text{ m}$$

Die Pflanze wächst in den ersten 5 Jahren im Durchschnitt um 52 cm pro Jahr.
Insgesamt wächst sie somit um $5 \cdot 0,52 = 2,60 \text{ m}$.

2.2.3

Die Funktion f , die die Höhe der Pflanze zur Zeit t beschreibt ist die Stammfunktion der Wachstumsgeschwindigkeitsfunktion.

$$f(t) = \frac{1,2}{-0,4} \cdot e^{-0,4t} + C = -3e^{-0,4t} + C$$

Aus der Bedingung $f(0) = 1$ ergibt sich $C = 4$.

$$f(t) = -3 \cdot e^{-0,4t} + 4$$