

Hauptprüfung Abiturprüfung 2015 (ohne CAS)

Baden-Württemberg

Anwendungsorientierte Aufgabe 2

Hilfsmittel: GTR, Formelsammlung

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

April 2015

2

Bei den Olympischen Sommerspielen 2008 in Peking legte der Jamaikaner Usain Bolt die 100 Meter (m) in der damaligen Weltrekordzeit von fabelhaften 9,69 Sekunden (s) zurück. Dabei begann Bolt bereits nach 80 m zu jubeln und verringerte somit vorzeitig seine Geschwindigkeit.

Analysiert man seinen Lauf auf jeweils 10 m langen Abschnitten, ergeben sich die folgenden Daten.

d	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
t	0	1,85	2,87	3,78	4,65	5,50	6,32	7,14	7,96	8,79	9,69	
\bar{v}	5,41	9,80	10,99	11,49	11,76	12,19	12,19	12,19	12,19	12,05	11,11	-

Dabei sind:

- d die zurückgelegte Distanz in m
- t die Zeit in s
- \bar{v} die Durchschnittsgeschwindigkeit im jeweiligen 10-m-Intervall in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zum Beispiel ist $5,41 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ die Durchschnittsgeschwindigkeit \bar{v} auf den ersten 10 Metern.

2.1

Wie lange benötigte Bolt für die letzten 50 Meter des Laufs ?

Kann ein Mensch mit einer höheren Geschwindigkeit als 40 km/h rennen ?

Welche Zeit hätte Bolt erreicht, wenn er in diesem Lauf die maximale

Durchschnittsgeschwindigkeit aus der Tabelle bis zum Ende des Laufs beibehalten hätte ?
(5 Punkte)

2.2

Die Funktion v mit $v(t) = 0,0382t^3 - 0,8158t^2 + 5,4828t + 0,4546$; $t \in [0; 9,69]$

modelliert die Momentangeschwindigkeit v in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ in Abhängigkeit von der Laufzeit t in s.

2.2.1

Zu welchem Zeitpunkt war Bolt nach diesem Modell am schnellsten ?

Wie groß war die entsprechende maximale Geschwindigkeit ?

(3 Punkte)

2.2.2

Nennen Sie jeweils zwei Argumente, die für beziehungsweise gegen die Eignung dieses Modells sprechen.

(4 Punkte)

2.2.3

Formulieren Sie für Bolts Lauf eine passende Frage, deren Antwort die Lösung der

Gleichung $\int_3^{3+z} v(t) dt = 50$ für $z > 0$ ist.

(3 Punkte)

15 Punkte

Lösungen

2.1

Bolt benötigte für die letzten 50 Meter $9,69 - 5,5 = 4,19$ Sekunden.

Die Umrechnungszahl von km/h in m/s ist 3,6.

Es gilt $40 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 11,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Da in der Tabelle auch Werte größer als $11,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ vorkommen, kann ein Mensch auch mehr als 40 km/h erreichen.

Hätte Bolt die Geschwindigkeit von $12,19 \text{ m/s}$ auf den letzten 20 Metern fortgeführt, hätte er hierfür eine Zeit von $t = \frac{20\text{m}}{12,19\text{m/s}} \approx 1,64$ Sekunden benötigt.

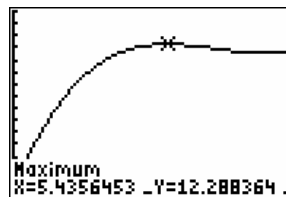
Er hätte eine Gesamtzeit von $7,96 + 1,64 = 9,6$ Sekunden erreicht.

2.2.1

Gesucht ist das Maximum von $v(t)$:

Hinreichende Bedingung: $v'(t) = 0$ und $v''(t) < 0$

GTR:



Bolt war nach $t = 5,436$ Sekunden am schnellsten.

Die maximale Geschwindigkeit betrug $v = 12,288 \text{ m/s}$.

2.2.2

Argumente für die Eignung des Modells v :

- Bei Nutzung von der Funktion können Geschwindigkeitsaussagen auch zu Zeitpunkten innerhalb der Laufzeit gemacht werden, an denen keine Messdaten vorliegen.
- Der Zeitpunkt der Höchstgeschwindigkeit im Modell entspricht näherungsweise dem Zeitpunkt der Tabelle.

Argumente gegen die Eignung des Modells v :

- Da $v(0) = 0,45 \text{ m/s}$ ist, startet Bolt schon mit einer positiven Anfangsgeschwindigkeit. Dies stimmt nicht.
- Nach $9,69 \text{ s}$ hat Bolt nach diesem Modell das Ziel noch nicht erreicht, da

$$\int_0^{9,69} v(t) dt \approx 98,6 \text{ m}$$

2.2.3

Die Lösung der Gleichung $\int_3^{3+z} v(t) dt = 50$ ist die Antwort auf folgende Fragestellung:

Wie lange brauchte Usain Bolt drei Sekunden nach dem Start für die dann folgenden 50 m ?