Abiturprüfung Mathematik 2012 (Baden-Württemberg)
Berufliche Gymnasien – Anwendungsorientierte Aufgabe
Teil 3, Aufgabe 1

1
Im Rahmen einer Flugerprobung wurde bei einem Hubschrauber die Vertikalgeschwindigkeit v (in Meter pro Sekunde) in Abhängigkeit von der Zeit t (in Sekunden) mit Hilfe des Bordrechners gemessen und aufgezeichnet.

Ist $v > 0$, dann steigt der Hubschrauber, ist $v < 0$, dann sinkt er.

Die Änderungsrate der Vertikalgeschwindigkeit ist die Vertikalbeschleunigung.

1.1
Die folgende Tabelle zeigt die Messergebnisse:

t in s	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
v in $\frac{m}{s}$	0	5,2	6,1	4,8	2,3	0,3	−1,5	−2,0	−1,6	−0,7	0	−1,1

1.1.1 (4 Punkte)
Stellen Sie die Messergebnisse in einem Koordinatensystem dar und bestimmen Sie die mittlere Vertikalbeschleunigung in den ersten vier Sekunden.

1.1.2 (3 Punkte)
Die Messergebnisse sollen durch eine Polynomfunktion näherungsweise beschrieben werden.
Begründen Sie, welchen Grad die Funktion mndestens haben muss, und bestimmen Sie einen Funktionsterm.

1.2
Die Vertikalgeschwindigkeit des Hubschraubers wird nun durch die folgende Funktion f beschrieben:

$$f(t) = -0{,}001 \cdot t \cdot (t-10) \cdot (t-20)^2,\; t \in [0;22],$$

wobei t in s und f(t) in $\frac{m}{s}$ angegeben ist.

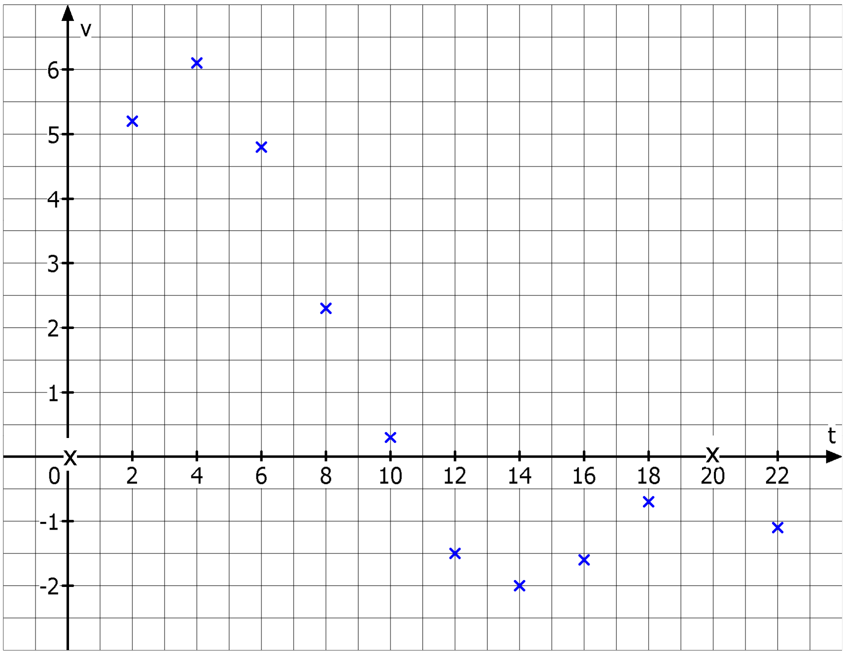
1.2.1 (4 Punkte)
Bestimmen Sie die maximale und die minimale Vertikalbeschleunigung des Hubschraubers.

1.2.2 (4 Punkte)
Berechnen Sie die größte Höhe über dem Ausgangspunkt, die der Hubschrauber während der Messung erreicht.

Abiturprüfung Mathematik 2012 (Baden-Württemberg)
Berufliche Gymnasien – Anwendungsorientierte Aufgabe
Teil 3, Lösung Aufgabe 1

1.1.1

Messergebnisse im Koordinatensystem:



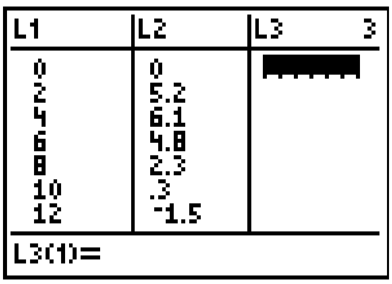
Die mittlere Vertikalbeschleunigung in den ersten 4 Sekunden beträgt

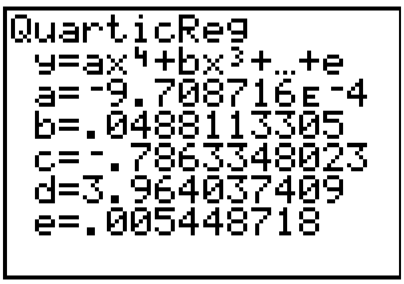
$$\frac{v(4)-v(0)}{4-0}=\frac{6{,}1-0}{4}=1{,}525\,\frac{m}{s^2}$$

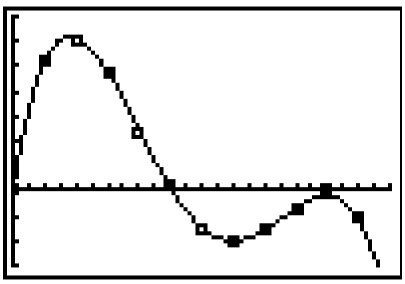
1.1.2

Anhand der Darstellung der Messergebnisse im Koordinatensystem ergibt sich ein Schaubild mit 3 Extrempunkten.
Das heißt, dass die Funktion mindestens Grad 4 haben muss.

Ermittlung einer Regressionsfunktion mit dem GTR:







Die Polynomfunktion lautet
$f(x)=-0{,}000971x^4+0{,}0488x^3-0{,}7863x^2+3{,}964x+0{,}00545$

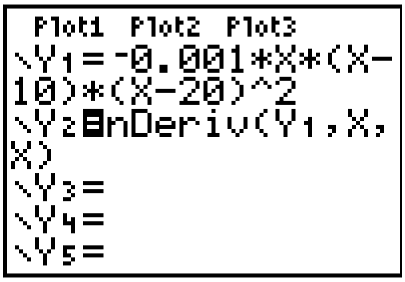
1.2.1

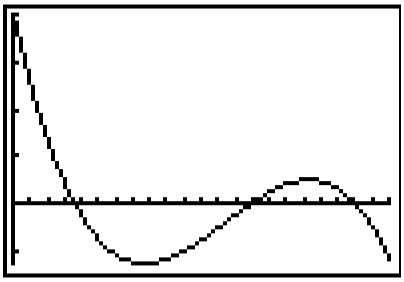
Die Vertikalbeschleunigung wird durch die Ableitungsfunktion $f'(t)$ beschrieben.

Bestimmung des Maximums und Minimums von $f'(t)$
(was der Wendestelle von f(t) entspricht):

Notwendige und hinreichende Bedingung: $f''(t) = 0$ und $f'''(t) \neq 0$

Lösung mit dem GTR:





Der Tiefpunkt befindet sich bei t = 7,71 mit $f'(7,71) = -1,25$
Der Hochpunkt befindet sich bei t = 17,3 mit $f'(17,3) = 0,503$
Für die Randwerte gilt: $f'(0) = 4$ und $f'(22) = -1,192$

Der höchste Punkt befindet sich also am Rand bei t = 0.
Die maximale Vertikalbeschleunigung beträgt somit $4\frac{m}{s^2}$.

Die minimale Vertikalbeschleunigung beträgt $-1,25\frac{m}{s^2}$

1.2.2
Die Höhe des Hubschraubers wird durch die Fläche zwischen dem Schaubild von f(t) und der t-Achse dargestellt.
Die größte Höhe erreicht der Hubschrauber am zweiten Schnittpunkt mit der t-Achse bei t = 10. Für t > 10 sinkt der Hubschrauber, da f(t) < 0 ist.

Es ist $\int_0^{10} f(t)dt = 38,33$ Meter und dies ist die größte Höhe über dem Ausgangspunkt.