

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG)
Hauptprüfung 2009 Teil 4, Wirtschaftliche Anwendungen, Aufgabe 1
Baden-Württemberg

1

In einem Betrieb werden aus den Rohstoffen R_1 , R_2 , R_3 und R_4 die Bauteile B_1 , B_2 und B_3 und aus diesen die Endprodukte E_1 , E_2 und E_3 gefertigt.

Der Materialfluss ergibt sich aus folgenden Tabellen, wobei die Rohstoffe in ME, die Bauteile und Endprodukte in Stück angegeben sind:

	B_1	B_2	B_3
R_1	2	4	4
R_2	1	3	5
R_3	2	4	8
R_4	5	1	3

	E_1	E_2	E_3
B_1	1	4	x
B_2	2	2	y
B_3	2	0	z

Die Rohstoffkosten in € je ME betragen $\vec{k}_R^T = (20 \ 50 \ 30 \ 40)$,

die Fertigungskosten in € je Bauteil $\vec{k}_B^T = (180 \ 120 \ 200)$,

die Fertigungskosten in € je Endprodukt $\vec{k}_E^T = (670 \ 360 \ 620)$.

1.1

Die folgende unvollständige Tabelle gibt an, wie viele ME der Rohstoffe R_2 , R_3 und R_4 für ein Stück E_3 benötigt werden.

	E_1	E_2	E_3
R_1
R_2	16
R_3	26
R_4	22

Berechnen Sie die Werte von x, y, z in der Bauteil-Endprodukt-Tabelle und die fehlenden Werte in der Rohstoff-Endprodukt-Tabelle. (4 Punkte)

1.2

Im Lager befinden sich noch 100 ME von R_1 , 80 ME von R_2 und je 50 Bauteile B_1 und B_2 .

Wie viele ME der einzelnen Rohstoffe und wie viele Bauteile sind nach der Produktion von 10 Stück von E_1 und 12 Stück von E_2 im Lager, wenn alle vorhandenen Materialien verwendet werden ?

Wie viele ME der einzelnen Rohstoffe müssen bestellt werden ? (4 Punkte)

1.3

Ein Kunde erteilt einen Auftrag über 5 Stück von E_1 , 10 Stück von E_2 und 11 Stück von E_3 .
Es fallen Fixkosten in Höhe von 4750 € an.

Wie hoch müssen die Stückpreise für E_1 , E_2 und E_3 sein, damit der Gewinn 10% der
Gesamtkosten beträgt und die Stückpreise im selben Verhältnis wie die variablen

Herstellkosten je Stück der Endprodukte stehen ?

(7 Punkte)

15 Punkte

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG)
Hauptprüfung 2009 Teil 4, Wirtschaftliche Anwendungen, Lösungen Aufgabe 1
Baden-Württemberg

1.1

Gegeben ist die Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

und die Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & x \\ 2 & 2 & y \\ 2 & 0 & z \end{pmatrix}$.

Gesucht sind die fehlenden Werte der Rohstoff-Endprodukt-Matrix

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & 16 \\ c_{31} & c_{32} & 26 \\ c_{41} & c_{42} & 22 \end{pmatrix}$$

$$\text{Es gilt } A \cdot B = C \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & x \\ 2 & 2 & y \\ 2 & 0 & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 16 & 2x + 4y + 4z \\ 17 & 10 & x + 3y + 5z \\ 26 & 16 & 2x + 4y + 8z \\ 13 & 22 & 5x + y + 3z \end{pmatrix}$$

Durch Vergleich mit den Werten der Matrix C ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x + 3y + 5z &= 16 \\ 2x + 4y + 8z &= 26 \\ 5x + y + 3z &= 22 \end{aligned}$$

Dieses Gleichungssystem kann mit dem GTR gelöst werden.
Es ergibt sich $x = 3, y = 1, z = 2$.

$$\text{Daraus folgt } C = \begin{pmatrix} 18 & 16 & 18 \\ 17 & 10 & 16 \\ 26 & 16 & 26 \\ 13 & 22 & 22 \end{pmatrix}$$

1.2

Der Produktionsvektor sei $\vec{p} = \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Zunächst wird geprüft, wie viele Bauteile noch produziert werden müssen, damit die Produktion durchgeführt werden kann.

Die hierzu erforderlichen Bauteilmengen (Zwischenprodukte) ergeben sich mit der Formel $\vec{z} = B \cdot \vec{p}$.

$$\vec{z} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 58 \\ 44 \\ 20 \end{pmatrix}$$

Es müssen von B_1 noch $58 - 50 = 8$ Teile hergestellt werden.

Es müssen von B_2 keine weiteren Teile hergestellt werden.

Es bleiben $50 - 44 = 6$ Bauteile im Lager übrig.

Es müssen von B_3 noch 20 Teile hergestellt werden, da keine im Lager sind.

Die zu produzierenden Zwischenprodukte ergeben als Vektor $\vec{z}_{\text{prod}} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix}$

Die zur Herstellung der Bauteile erforderlichen Rohstoffmengen ergeben sich

aus der Formel $\vec{r} = A \cdot \vec{z}$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 96 \\ 108 \\ 176 \\ 100 \end{pmatrix}$$

Von R_1 bleiben $100 - 96 = 4$ ME im Lager übrig.

Von R_2 müssen noch $108 - 80 = 28$ ME bestellt werden.

Von R_3 müssen 176 ME bestellt werden, da Angabe zu Lagerbeständen fehlt.

Von R_4 müssen 100 ME bestellt werden, da Angabe zu Lagerbeständen fehlt.

1.3

Gegeben ist der Produktionsvektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix}$.

Zunächst werden die variablen Herstellkosten der Endprodukte pro ME berechnet:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{k_V}^T &= \overrightarrow{k_R}^T \cdot C + \overrightarrow{k_B}^T \cdot B + \overrightarrow{k_E} \\ &= (20 \quad 50 \quad 30 \quad 40) \cdot \begin{pmatrix} 18 & 16 & 18 \\ 17 & 10 & 16 \\ 26 & 16 & 26 \\ 13 & 22 & 22 \end{pmatrix} + (180 \quad 120 \quad 200) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} + (670 \quad 360 \quad 620) \end{aligned}$$

$$= (2510 \quad 2180 \quad 2820) + (820 \quad 960 \quad 1060) + (670 \quad 360 \quad 620) = (4000 \quad 3500 \quad 4500)$$

Die variablen Herstellkosten der einzelnen Endprodukte stehen in folgendem Verhältnis:

$$4000 : 3500 : 4500 = 8 : 7 : 9$$

Die gesuchten Stückpreise der Endprodukte stehen laut Aufgabenstellung im gleichen

Verhältnis, also $\vec{x}_{\text{Preis}} = \begin{pmatrix} 8 \cdot u \\ 7 \cdot u \\ 9 \cdot u \end{pmatrix}$ mit einem noch zu bestimmenden Wert von u .

Die Gesamtkosten für die Produktion beträgt

$$K = \vec{k}_v^T \cdot \vec{p} + K_{\text{fix}} = (4000 \quad 3500 \quad 4500) \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} + 4750 = 109250$$

Der Gewinn beträgt somit $0,1 \cdot 109250 = 10925 \text{ €}$

Der Umsatz beträgt $U = 109250 + 10925 = 120175 \text{ €}$.

Der Umsatz lässt sich auch ermitteln mit $\vec{x}_{\text{Preis}}^T \cdot \vec{p} = (8u \quad 7u \quad 9u) \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} = 209u$

Durch Vergleich ergibt sich $209u = 120175 \Rightarrow u = 575$

Das Endprodukt E_1 kostet $8 \cdot 575 = 4600 \text{ €}$.

Das Endprodukt E_2 kostet $7 \cdot 575 = 4025 \text{ €}$.

Das Endprodukt E_3 kostet $9 \cdot 575 = 5175 \text{ €}$.