Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG)
Hauptprüfung 2005 Gruppe II, Stochastik, Aufgabe A
Baden-Württemberg

Zwei ideale Würfel werden gleichzeitig geworfen.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wurf

- ein Sechserpasch (beide Würfel zeigen eine Sechs) geworfen wird,
- genau ein Würfel eine Drei zeigt,
- die Differenz der Augenzahlen 3 beträgt. (5 Punkte)

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei dreimaligem Werfen kein Sechserpasch auftritt ? (3 Punkte)

c) In der Schule bietet Max seinen Klassenkameraden folgendes Spiel an:
Es werden gleichzeitig zwei Würfel geworfen.
Stimmen die beiden Augenzahlen überein, dann erhält der Mitspieler 12 Spielchips von Max. Im anderen Fall muss der Mitspieler Max so viele Spielchips geben, wie die Differenz der Augenzahlen beträgt.
Die Zufallsvariable X wird definiert durch die Anzahl der Spielchips, die Max erhält.
Stellen Sie die zugehörige Wahrscheinlichkeitsfunktion durch eine Wertetabelle dar. Ist das Spiel für Max günstig ? (7 Punkte)

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG)
Hauptprüfung 2005 Gruppe II, Stochastik, Lösung zu Aufgabe A
Baden-Württemberg

a) P(Sechserpasch) = $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$

P(genau ein Würfel zeigt eine Drei) = $P((3,\bar{3});(\bar{3},3))=\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{5}{18}$

P(Augenzahldifferenz = 3) = P((1,4);(4,1);(2,5);(5,2);(3,6);(6,3))
$=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot 6=\frac{1}{6}$

b) P(kein Sechserpasch bei einem Wurf) = $1-\frac{1}{36}=\frac{35}{36}$

P(kein Sechserpasch bei dreimaligem Werfen) = $\left(\frac{35}{36}\right)^3\approx 0{,}919$

c) X ist die Anzahl der Chips, die Max erhält und kann folgende Werte annehmen:
X = -12 : Würfeln eines Paschs
X = 1,2,3,4,5 : Differenz der Augenzahlen ist 1,2,3,4,5

$P(X=-12)=6\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$

$P(X=1)=P((1,2);(2,1);(2,3);(3,2);(3,4);(4,3);(4,5);(5,4);(5,6);(6,5))=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

$P(X=2)=P((1,3);(3,1);(2,4);(4,2);(3,5);(5,3);(4,6);(6,4))=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

$P(X=3)=\frac{1}{6}$ (siehe a))

$P(X=4)=P((1,5);(5,1);(2,6);(6,2))=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

$P(X=5)=P((1,6);(6,1))=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

x	-12	1	2	3	4	5
P(X=x)	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$

Erwartungswert von X = $-12\cdot\frac{1}{6}+1\cdot\frac{5}{18}+2\cdot\frac{2}{9}+3\cdot\frac{1}{6}+4\cdot\frac{1}{9}+5\cdot\frac{1}{18}=-\frac{1}{18}<0$

Langfristig verliert Max pro Spiel durchschnittlich $\frac{1}{18}$ Spielchip, also ist das Spiel für Max ungünstig.