













Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG)
Hauptprüfung 2008 Teil 2, Stochastik, Aufgabe 1
Baden-Württemberg

Im Rahmen der Projektwoche "Armut in unserer Gesellschaft" werden von Schülern einer 13.Klasse Rubbelkarten angeboten. Von den 25 Feldern einer Rubbelkarte tragen vier

Felder das Bild einer Sonne  und sechs Felder das Bild eines Mondes . Die restlichen Felder sind Leerfelder. Die Lage der einzelnen Bild- und Leerfelder sind zufällig. Die folgende Skizze zeigt das Beispiel einer Rubbelkarte.

Jedes Feld ist mit einer undurchsichtigen Deckschicht überzogen, die z.B. mit einer Münze weggerubbelt werden kann. Für ein Spiel werden nacheinander genau zwei Felder einer Rubbelkarte aufgerubbelt.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.
 A: Genau ein aufgerubbeltes Feld zeigt eine Sonne
 B: Mindestens eines der aufgerubbelten Felder zeigt eine Sonne oder einen Mond
(5 Punkte)
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das zweite aufgerubbelte Feld ein Leerfeld ist, wenn das erste aufgerubbelte Feld keinen Mond zeigt.
(3 Punkte)
- c) Durch ihre Aktion wollen die Schüler die Obdachlosenhilfe unterstützen.
 Eine Rubbelkarte kostet 60 Cent.
 Folgende Beträge werden ausgeschüttet:

 Zweimal Sonne: 5 Euro
 Zweimal Mond: 3 Euro
 Einmal Mond und einmal Sonne: 2 Euro

 Ist mindestens ein Leerfeld aufgerubbelt, erhält der Spieler nichts.
 Die Schüler hoffen, einen Betrag von 200 Euro einzunehmen. Wie viele Rubbelkarten müssen die Schüler dann mindestens verkaufen ?
(7 Punkte)

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG)
Hauptprüfung 2008 Teil 2, Stochastik, Lösung Aufgabe 1
Baden-Württemberg

a) $P(A) = P(\overline{SS}, \overline{SS}) = \frac{4}{25} \cdot \frac{21}{24} + \frac{21}{25} \cdot \frac{4}{24} = \frac{7}{25}$

Für die Berechnung von $P(B)$ ist es einfacher, die Wahrscheinlichkeit $P(\overline{B})$ des Gegenereignisses zu berechnen.

\overline{B} = kein Feld zeigt Sonne oder Mond = beide Felder sind Leerfelder.

$$P(\overline{B}) = \frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24} = \frac{7}{20} \Rightarrow P(B) = 1 - P(\overline{B}) = \frac{13}{20}$$

b) Hierbei handelt es sich um eine bedingte Wahrscheinlichkeit.

C: Das zweite aufgerubbelte Feld ist ein Leerfeld

$$P(C) = P(LL, \overline{LL}) = \frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24} + \frac{10}{25} \cdot \frac{15}{24} = \frac{3}{5}$$

D: Das erste aufgerubbelte Feld zeigt keinen Mond

$$P(D) = \frac{19}{25}$$

$$P(C \cap D) = P(LL, SL) = \frac{15}{25} \cdot \frac{14}{24} + \frac{4}{25} \cdot \frac{15}{24} = \frac{9}{20}$$

Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit $P_D(C)$

$$P_D(C) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{9}{20}}{\frac{19}{25}} = \frac{45}{76}$$

c) Zunächst wird berechnet, mit welchem Gewinn die Schüler pro Rubbelkarte durchschnittlich rechnen können, also der Erwartungswert des Gewinns.

Die Zufallsvariable X sei der Gewinn einer Rubbelkarte.

Welche Werte kann X annehmen ?

X = -4,40 Euro (Zweimal Sonne)

X = -2,40 Euro (Zweimal Mond)

X = -1,40 Euro (Einmal Sonne und einmal Mond)

X = +0,60 Euro (mindestens ein Leerfeld)

$$P(X = -4,4) = \frac{4}{25} \cdot \frac{3}{24} = \frac{1}{50}$$

$$P(X = -2,4) = \frac{6}{25} \cdot \frac{5}{24} = \frac{1}{20}$$

$$P(X = -1,4) = \frac{4}{25} \cdot \frac{6}{24} + \frac{6}{25} \cdot \frac{4}{24} = \frac{2}{25}$$

$$P(X = 0,6) = 1 - \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{20} + \frac{2}{25} \right) = \frac{17}{20}$$

$$E(X) = -4,4 \cdot \frac{1}{50} - 2,4 \cdot \frac{1}{20} - 1,4 \cdot \frac{2}{25} + 0,6 \cdot \frac{17}{20} = +0,19 \text{ Euro}$$

Im Schnitt verdienen die Schüler pro Rubelkarte 19 Cent.

Damit sie 200 Euro einnehmen, müssen sie mindestens $\frac{200}{0,19} \approx 1053$ Karten verkaufen.