

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG)
Hauptprüfung 2012 Teil 4, Wirtschaftliche Anwendungen, Aufgabe 2
Baden-Württemberg

2

In einer Werkstatt werden kleine quadratische Rahmen, große quadratische Rahmen sowie rechteckige Rahmen gefertigt.

Dazu werden kurze Streben, lange Streben und Eckverbinder verwendet.

Diese werden jeweils aus zwei Komponenten hergestellt.

Die folgende Tabelle gibt den Bedarf an Komponenten in Mengeneinheiten (ME) für je einen Rahmen an.

	kleiner quadratischer Rahmen	großer quadratischer Rahmen	rechteckiger Rahmen
Komponente 1	32	44	38
Komponente 2	12	16	14

2.1 (4 Punkte)

Von der Komponente 1 sind noch 19600 ME, von der Komponente 2 noch 7200 ME auf Lager.

Wie viele Rahmen des jeweiligen Typs können hergestellt werden, wenn das Lager vollständig geräumt werden muss und die Nachfrage nach großen quadratischen Rahmen doppelt so groß ist wie die nach kleinen quadratischen Rahmen ?

2.2

Jeder Rahmen besteht aus vier Eckverbindern und vier Streben. Die folgende Tabelle gibt den Bedarf an Streben und Eckverbindern für je einen Rahmen an.

	kleiner quadratischer Rahmen	großer quadratischer Rahmen	rechteckiger Rahmen
kurze Streben	4	0	2
lange Streben	0	4	4
Eckverbinder	4	4	4

Hinweis A.Schwarz: Dieser Eintrag war so in der Original-Prüfungsaufgabe, ist aber falsch ! Hier muss anstatt „4“ eine „2“ stehen.

Dies ist auch nachvollziehbar: Auch der rechteckige Rahmen hat insgesamt nur 4 Streben, nämlich 2 kurze und 2 lange.

2.2.1 (6 Punkte)

Für eine kurze Strebe werden 5 ME von Komponente 1 und für einen Eckverbinder wird 1 ME von Komponente 2 benötigt.

Berechnen Sie, wie viele ME der Komponenten 1 und 2 für je eine Strebe und für einen Eckverbinder benötigt werden.

2.2.2 (5 Punkte)

Es liegt ein Auftrag über 100 kleine quadratische Rahmen, 200 große quadratische Rahmen und 200 rechteckige Rahmen vor.

Die Kosten für alle benötigten Komponenten betragen 3400 € und die Kosten (in €) für die Fertigung von Streben und Eckverbindern sind je Stück durch den

Kostenvektor $\vec{k}_z^T = (0,25 \quad 0,35 \quad 0,30)$ bestimmt.

Die Montage eines quadratischen Rahmens kostet 0,10 €. Fixe Kosten sind in Höhe von 1500 € zu berücksichtigen.

Berechnen Sie, wie viel die Montage eines rechteckigen Rahmens höchstens kosten darf, damit die Gesamtkosten für diesen Auftrag 6174 € nicht überschreiten.

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG)
Hauptprüfung 2012 Teil 4, Wirtschaftliche Anwendungen, Lösungen Aufgabe 2
Baden-Württemberg

2.1

Die Komponenten können als Rohstoffe interpretiert und die einzelnen Rahmen als Endprodukte interpretiert werden.

Die Rohstoff-Endprodukt-Matrix lautet $C = \begin{pmatrix} 32 & 44 & 38 \\ 12 & 16 & 14 \end{pmatrix}$

Der Rohstoffvektor lautet $\vec{r} = \begin{pmatrix} 19600 \\ 7200 \end{pmatrix}$ und der Produktionsvektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ 2p_1 \\ p_3 \end{pmatrix}$.

$$C \cdot \vec{p} = \vec{r} \Rightarrow \begin{pmatrix} 32 & 44 & 38 \\ 12 & 16 & 14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_1 \\ 2p_1 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19600 \\ 7200 \end{pmatrix}$$

$$32p_1 + 88p_1 + 38p_3 = 19600 \Rightarrow 120p_1 + 38p_3 = 19600$$

$$12p_1 + 32p_1 + 14p_3 = 7200 \Rightarrow 44p_1 + 14p_3 = 7200$$

Als Lösung ergibt sich $p_1 = 100$ und $p_3 = 200$.

Von den kleinen quadratischen Rahmen können 100 ME, von den großen quadratischen Rahmen können 200 ME und von den rechteckigen Rahmen können 200 ME hergestellt werden.

2.2.1

Die Streben bzw. die Eckverbinder können als Zwischenprodukte interpretiert werden.

Gegeben ist die Zwischenprodukt – Endprodukt – Matrix $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$.

Aus den in der Aufgabenstellung stehenden Angaben kann ein Teil der Rohstoff – Zwischenprodukt – Matrix aufgestellt werden:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & a & b \\ c & d & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Es gilt: } A \cdot B = C \Rightarrow \begin{pmatrix} 5 & a & b \\ c & d & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 & 44 & 38 \\ 12 & 16 & 14 \end{pmatrix}$$

Multipliziert man die Matrixgleichung aus, ergeben sich folgende Gleichungen:

$$20 + 4b = 32 \Rightarrow b = 3$$

$$4c + 4 = 12 \Rightarrow c = 2$$

$$4a + 4b = 44 \Rightarrow a = 8$$

$$4d + 4 = 16 \Rightarrow d = 3$$

Ergebnis:

Für eine kurze Strebe werden 5 ME von Komponente 1 und $c = 2$ ME von Komponente 2 benötigt.

Für eine lange Strebe werden $a = 8$ ME von Komponente 1 und $d = 3$ ME von Komponente 2 benötigt.

Für einen Eckverbinder werden $b = 3$ ME von Komponente 1 und 1 ME von Komponente 2 benötigt.

2.2.2

Gegeben ist der Produktionsvektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 200 \end{pmatrix}$ und die Rohstoffkosten $K_R = 3400\text{€}$.

Berechnung der benötigten Zwischenproduktmengen (Streben und Eckverbinder):

$$\vec{z} = B \cdot \vec{p} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 800 \\ 1200 \\ 2000 \end{pmatrix}$$

Kosten für die Herstellung der Zwischenprodukte:

$$K_z = \vec{k}_z^T \cdot \vec{z} = 800 \cdot 0,25 + 1200 \cdot 0,35 + 2000 \cdot 0,30 = 1220\text{€}$$

Montagekosten für insgesamt 300 quadratische Rahmen und 200 rechteckige Rahmen:

$$K_E = 300 \cdot 0,1 + 200 \cdot x = 30 + 200x$$

Nun kann folgende Kostengleichung aufgestellt werden:

$$3400 + 1220 + 30 + 200x + 1500 \leq 6174 \\ \Rightarrow x \leq 0,12\text{€}$$

Die Montagekosten eines rechteckigen Rahmens dürfen höchstens 0,12 € betragen.