

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG)
Hauptprüfung 2010 Teil 4, Wirtschaftliche Anwendungen, Aufgabe 1
Baden-Württemberg

1

Ein Unternehmen stellt aus den Rohstoffen R_1 , R_2 und R_3 die Zwischenprodukte Z_1 , Z_2 und Z_3 her. Aus diesen Zwischenprodukten werden die Endprodukte E_1 , E_2 , E_3 und E_4 hergestellt. Die folgenden Tabellen geben an, wie viele Mengeneinheiten (ME) der einzelnen Rohstoffe für je eine ME eines Zwischenprodukts bzw. wie viele ME eines Zwischenprodukts für je eine ME eines Endprodukts benötigt werden.

	Z_1	Z_2	Z_3
R_1	0	3	2
R_2	2	0	3
R_3	4	1	1

	E_1	E_2	E_3	E_4
Z_1	1	0	3	4
Z_2	0	3	1	0
Z_3	3	4	2	3

1.1

Im Lager sind 5010 ME von R_1 , 7230 ME von R_2 und 6780 ME von R_3 .

Von E_2 werden 150 ME produziert.

Wie viele ME der anderen Endprodukte werden produziert, wenn alle Rohstoffe verbraucht werden ? (5 Punkte)

1.2

Die Rohstoffkosten pro ME betragen für R_1 0,5 Geldeinheiten (GE), für R_2 0,25 GE und für R_3 1 GE.

Die Fertigungskosten der Zwischenprodukte in GE je ME sind gegeben durch

$\vec{k}_Z^T = (5 \ 2 \ 3)$, die Fertigungskosten der Endprodukte in GE je ME durch

$\vec{k}_E^T = (15 \ 16 \ 18 \ 22)$.

1.2.1

Wie hoch sind die Herstellungskosten für eine ME von Z_1 ? (2 Punkte)

1.2.2

Für einen Auftrag über 300 ME von E_1 , 400 ME von E_2 , 200 ME von E_3 und 100 ME von E_4 betragen die Fixkosten 3196 GE.

Die Endprodukte werden zu folgenden Preisen je ME verkauft:

	E_1	E_2	E_3	E_4
Preis je ME	50	62	78	80

Das Zwischenprodukt Z_1 soll nicht mehr selbst hergestellt, sondern zugekauft werden. Wie viele GE darf der Preis für ein ME von Z_1 höchstens betragen, wenn der Gewinn mindestens 11% des Erlöses betragen soll ? (8 Punkte)

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG)
Hauptprüfung 2010 Teil 4, Wirtschaftliche Anwendungen, Lösungen Aufgabe 1
Baden-Württemberg

1.1

Es gilt $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ (Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix)

und $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ (Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix)

Die Rohstoff-Endprodukt-Matrix C lautet $C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 6 & 17 & 7 & 6 \\ 11 & 12 & 12 & 17 \\ 7 & 7 & 15 & 19 \end{pmatrix}$.

Der Rohstoffvektor lautet $\vec{r} = \begin{pmatrix} 5010 \\ 7230 \\ 6780 \end{pmatrix}$, der Produktionsvektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ 150 \\ p_3 \\ p_4 \end{pmatrix}$.

Mit $C \cdot \vec{p} = \vec{r}$ ergibt sich das Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rrcrcl} 6p_1 & + & 17 \cdot 150 & + & 7p_3 & + & 6p_4 & = & 5010 \\ 11p_1 & + & 12 \cdot 150 & + & 12p_3 & + & 17p_4 & = & 7230 \\ 7p_1 & + & 7 \cdot 150 & + & 15p_3 & + & 19p_4 & = & 6780 \end{array}$$

Mit dem GTR ergibt sich als Lösung $p_1 = 100$, $p_3 = 120$ und $p_4 = 170$.

1.2.1

Der Rohstoffkostenvektor lautet $\vec{k}_R^T = (0,5 \quad 0,25 \quad 1)$

Um 1 ME von Z_1 herzustellen braucht man 2 ME von R_2 (Rohstoffkosten 0,5 GE) und 4 ME von R_3 (Rohstoffkosten 4 GE).

Für die Herstellung von 1 ME von Z_1 werden 5 GE benötigt.

Insgesamt kostet die Herstellung von 1 ME von Z_1 : $0,5 + 4 + 5 = 9,5$ GE.

1.2.2

Berechnung des Erlöses: $50 \cdot 300 + 62 \cdot 400 + 78 \cdot 200 + 80 \cdot 100 = 63.400$ GE

Zunächst wird berechnet, wie viele Rohstoffe und Zwischenprodukte für die Herstellung der Endprodukte benötigt werden:

Notwendige Zwischenprodukte: $B \cdot \begin{pmatrix} 300 \\ 400 \\ 200 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1300 \\ 1400 \\ 3200 \end{pmatrix} = \vec{z}$

Es werden 1300 ME von Z_1 benötigt, die aber zugekauft werden sollen.

Es müssen somit nur Rohstoffe für 1400 ME von Z_2 und 3200 ME von Z_3 beschafft werden.

Die hierfür erforderlichen Rohstoffmengen sind: $A \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1400 \\ 3200 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10600 \\ 9600 \\ 4600 \end{pmatrix} = \vec{r}$

Gesamte Rohstoffkosten: $K_R = 10600 \cdot 0,5 + 9600 \cdot 0,25 + 4600 = 12300$ GE.

Kosten zur Herstellung der Zwischenprodukte: $K_Z = 1400 \cdot 2 + 3200 \cdot 3 = 12400$ GE.

Kosten zur Herstellung der Endprodukte:

$$K_E = 300 \cdot 15 + 400 \cdot 16 + 200 \cdot 18 + 100 \cdot 22 = 16700 \text{ GE}$$

Die Kosten für den Kauf von einer ME von Z_1 sei x .

$$\text{Nun soll gelten: } K_R + K_Z + K_E + K_{\text{Fix}} + 1300x + 0,11 \cdot 63400 = 63400$$

$$\Rightarrow 12300 + 12400 + 16700 + 3196 + 1300x + 6974 = 63400$$

$$\Rightarrow x = 9,1 \text{ GE.}$$

Eine ME von Z_1 darf höchstens 9,1 GE kosten.