Abiturprüfung Mathematik 2007 (Baden-Württemberg)
Berufliche Gymnasien ohne TG – Anwendungsorientierte Aufgabe
Teil 3, Aufgabe 2

2.1
Die Monatsmittelwerte der Lufttemperatur in München sind in der Tabelle aufgelistet.

Monat	Jan	Feb	März	Apr	Mai	Jun	Juli	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
Mittl. Temp. in °C	-2,1	-0,9	3,3	8,0	12,5	15,8	17,5	16,6	13,4	7,9	3,0	-0,7

Der Temperaturverlauf soll durch eine Funktion g mit

$$g(x) = a \cdot \sin[b(x+c)] + d \;\; ; \;\; x \in [0;12]$$

angenähert werden, wobei die Temperaturen der Monatsmitte zuzuordnen sind (z.B. g(0,5) = -2,1).
Welche Bedeutung haben die Konstanten a und d für den Temperaturverlauf in München während eines Jahres ?
Bestimmen Sie die Konstanten a, b, c und d. (6 Punkte)

2.2
Die Lufttemperatur in °C in München während eines Tages kann näherungsweise beschrieben werden durch die Funktion f mit

$$f(x) = 9{,}7 \cdot \sin[\frac{\pi}{12}(x - 9{,}4)] + 14{,}8 \;\; ; \;\; x \in [0;24]$$

Dabei ist x die Zahl in Stunden nach Mitternacht.

2.2.1
Berechnen Sie den Zeitraum, in dem die Lufttemperatur in München an diesem Tag über 20°C liegt. (3 Punkte)

2.2.2
Berechnen Sie die mittlere Lufttemperatur von 4 Uhr bis 9 Uhr morgens.
(3 Punkte)

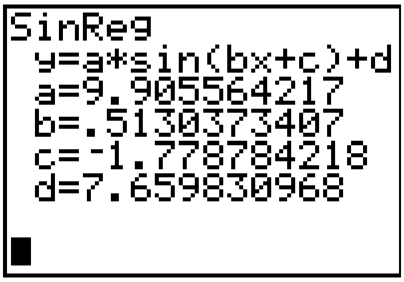
2.2.3
Um wie viel Uhr nimmt die Temperatur in München an diesem Tag am stärksten zu ?
(3 Punkte)

Abiturprüfung Mathematik 2007 (Baden-Württemberg)
Berufliche Gymnasien ohne TG – Anwendungsorientierte Aufgabe
Teil 3, Lösung Aufgabe 2

2.1
Die Konstante d verschiebt das Schaubild der Sinusfunktion senkrecht nach oben bzw. nach unten. Die Konstante d kann hier interpretiert werden als Jahresmittelwert der Temperatur.

Die Konstante a entspricht der Amplitude des Schaubildes. Diese kann hier interpretiert werden als die Abweichung der höchsten bzw. der tiefsten Monatstemperatur im Vergleich zum Jahresmittelwert.

Die Konstanten können am einfachsten mit Hilfe des GTR ermittelt werden.
Hierzu werden die x-Werte (x = 0,5 …12,5) und die entsprechenden y-Werte gemäß der Tabelle in der Aufgabenstellung als Liste eingegeben. Mit Hilfe der Sinus-Regression berechnet der GTR die entsprechenden Werte.

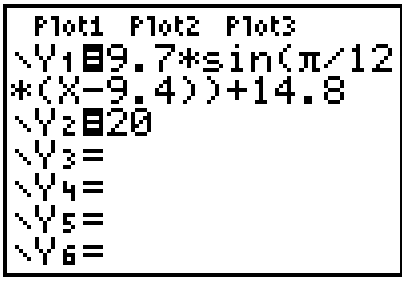


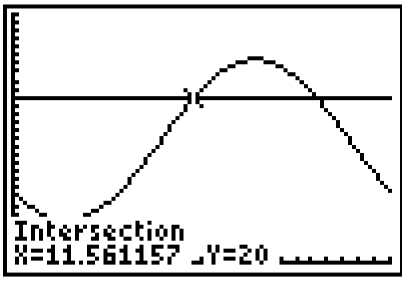
Es gilt somit: $g(x) = 9{,}9 \cdot \sin[0{,}513x - 1{,}78] + 7{,}66$
Da in der Ausgangsfunktion innerhalb des Sinusausdrucks der Parameter b ausgeklammert dargestellt ist, muss der Wert von c noch korrigiert werden.

$g(x) = 9{,}9 \cdot \sin[0{,}513(x - 3{,}47)] + 7{,}66$

2.2.1

Es sollen die x-Werte ermittelt werden, für die gilt:
$f(x) = 9{,}7 \cdot \sin[\frac{\pi}{12}(x - 9{,}4)] + 14{,}8 \geq 20$





Die Schnittpunkte des Schaubildes von f und der Gerade y = 20 sind bei x = 11,56 und bei x = 19,24.

Anhand des GTR-Schaubildes kann man ablesen:
Für $11{,}56 \le x \le 19{,}24$ liegt die Temperatur über 20°C.
x = 11,56 entspricht ungefähr der Uhrzeit 11.34 Uhr
x = 19,24 entspricht ungefähr der Uhrzeit 19.14 Uhr.

2.2.2

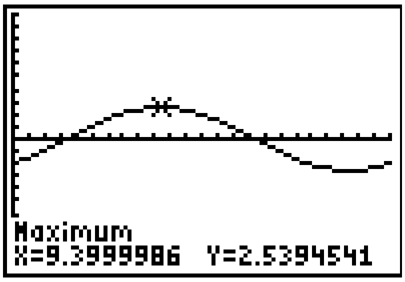
Die mittlere Lufttemperatur m ergibt sich gemäß der folgenden Formel:

$$m = \frac{1}{9-4} \cdot \int_4^9 \left(9{,}7 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{12}(x-9{,}4\right] + 14{,}8\right)dx = \frac{1}{5} \cdot 42{,}95 = 8{,}59°C$$

Das Integral wurde mit Hilfe des GTR berechnet.

2.2.3
Die stärkste Temperaturzunahme befindet sich an der Stelle des Wendepunktes des Schaubildes, d.h. an der Stelle, an der die 1.Ableitungsfunktion einen maximalen Wert annimmt.

Es gilt $f'(x) = 9{,}7 \cdot \cos[\frac{\pi}{12}(x-9{,}4)] \cdot \frac{\pi}{12}$



Das Schaubild von f' ist an der Stelle x = 9,4 maximal.
Somit ist die Temperaturzunahme bei x = 9,4 also ungefähr um 9.24 Uhr maximal.