Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG)
Hauptprüfung 2007 Teil 2, Stochastik, Aufgabe 2
Baden-Württemberg

Eine Firma produziert Computerchips.
Erfahrungsgemäß sind 12% der Chips defekt.

a) Der laufenden Produktion werden nacheinander drei Chips entnommen.
Berechnen Sie für die folgenden Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:
A: Alle drei Chips sind einwandfrei.
B: Genau zwei von den drei Chips sind defekt.
C: Nur der zweite Chip ist defekt. (5 Punkte)

b) Jetzt entnimmt man der laufenden Produktion 20 Chips.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
D: Genau zwei Chips sind defekt.
E: Mindestens ein Chip ist defekt (4 Punkte)

c) Wie viele Chips müsste man der laufenden Produktion entnehmen, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens einen defekten Chip erhält ? (4 Punkte)

d) Wenn man die defekten Chips näher untersucht, findet man genau zwei Ursachen, die jeweils zum Defekt führen: verunreinigte Rohstoffe oder eine fehlerhafte Beschichtung. 7% aller Chips sind defekt, weil sie aus verunreinigten Rohstoffen bestehen und 8% aller Chips sind defekt, weil sie eine fehlerhafte Beschichtung bekommen haben.
Überprüfen Sie, ob die beiden Fehlerquellen stochastisch unabhängig voneinander auftreten. (3 Punkte)

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG)
Hauptprüfung 2007 Teil 2, Stochastik, Lösung Aufgabe 2
Baden-Württemberg

Es gilt P(Chip defekt) = 0,12 und P(Chip einwandfrei) = 1 – 0,12 = 0,88

a) $P(A) = 0{,}88^3 = 0{,}6815$

$P(B) = P(dde, edd, ded) = 3 \cdot 0{,}88 \cdot 0{,}12^2 = 0{,}038$

$P(C) = P(ede) = 0{,}88 \cdot 0{,}12 \cdot 0{,}88 = 0{,}0929$

b) Zunächst wird die Annahme getroffen, dass die ersten beiden Chips defekt sind und die restlichen 18 Chips wären einwandfrei:

$P = 0{,}12^2 \cdot 0{,}88^{18} = 0{,}00144$

In der Aufgabenstellung wird jedoch nicht vorausgesetzt, dass die ersten beiden Chips defekt sein sollen. Die defekten Chips können auch an anderer Stelle der Reihe auftreten. Insgesamt gibt es $\binom{20}{2}$ Möglichkeiten, 2 Plätze in einer Reihe von 20 Plätzen auszusuchen.

Als Wahrscheinlichkeit ergibt sich damit $P(D) = \binom{20}{2} \cdot 0{,}12^2 \cdot 0{,}88^{18} = 0{,}274$

Um die Wahrscheinlichkeit von E zu berechnen, geht man zum Gegenereignis über:

$\overline{E}$: Alle 20 Chips sind einwandfrei

$P(\overline{E}) = 0{,}88^{20} \Rightarrow P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - 0{,}88^{20} = 0{,}9224$

c) Ereignis F: Mindestens 1 von n Chips ist defekt

Ereignis $\overline{F}$: Alle n Chips sind einwandfrei.

$P(F) = 1 - P(\overline{F}) = 1 - 0{,}88^n$

Bedingung: $P(F) > 0{,}99 \Rightarrow 1 - 0{,}88^n > 0{,}99$

$\Rightarrow 0{,}01 > 0{,}88^n \Rightarrow \ln(0{,}01) > n \cdot \ln(0{,}88)$

$\Rightarrow n > \dfrac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}88)} = 36{,}02$

(Hinweis: Ungleichheitszeichen dreht sich im letzten Schritt um, da eine Division durch die negative Zahl ln(0,88) erfolgt)

Ergebnis: Man muss mindestens 37 Chips entnehmen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens 1 defekten Chip zu entdecken.

d) v: Chip ist verunreinigt

f: Chip ist fehlerhaft beschichtet

Es gilt: $P(v) = 0{,}07$ und $P(f) = 0{,}08$

Außerdem gilt: P(Chip defekt) = 0,12 $= P(v \cup f)$

(defekt = verunreinigt <u>oder</u> fehlerhaft beschichtet)

Die zwei Ereignisse v und f sind stochastisch unabhängig, wenn gilt:
$P(v \cap f) = P(v) \cdot P(f)$

Der Additionssatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung lautet:
$P(v \cup f) = P(v) + P(f) - P(v \cap f)$

$0{,}12 = 0{,}07 + 0{,}08 - P(v \cap f) \Rightarrow P(v \cap f) = 0{,}03$

Nun müsste für die stochastische Unabhängigkeit gelten:
$P(v \cap f) = P(v) \cdot P(f) \Rightarrow 0{,}03 = 0{,}07 \cdot 0{,}08$

Diese Aussage ist jedoch **falsch**, damit sind die beiden Ereignisse abhängig !