

Hauptprüfung Abiturprüfung 2015 (ohne CAS)

Baden-Württemberg

Stochastik Aufgabe 2

Hilfsmittel: GTR, Formelsammlung

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

April 2015

2

Der Verein "Schönheit der Mathematik e.V." bringt ein kostenloses Sammelalbum zu Ehren der 50 bedeutendsten Mathematikerinnen und Mathematiker der Geschichte heraus. In dem 50-seitigen Album wird auf jeder Seite ein Mathematiker vorgestellt. Auf jeder Seite ist zudem Platz für ein Klebebild, auf dem der entsprechende Mathematiker abgebildet ist. Die Klebebilder sind in Tütchen zu je drei Stück im Handel erhältlich. Man kann vor dem Kauf eines Tütchens nicht erkennen, welche Mathematiker auf den Klebebildern abgebildet sind.

Die Auflage ist so hoch, dass in den folgenden Aufgaben dem Bild von jedem Mathematiker dieselbe Wahrscheinlichkeit zugeordnet ist.

2.1

Anna besitzt ein Sammelalbum und hat darin schon 15 verschiedene Bilder von Mathematikern eingeklebt. Sie kauft sich ein neues Tütchen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

- A: In dem Tütchen sind drei Bilder des Mathematikers Pythagoras enthalten ?
B: Anna kann alle drei Klebebilder in dem Tütchen für ihr Sammelalbum verwenden.
(4 Punkte)

2.2

Bruno hat bereits 49 der 50 Mathematikerbilder gesammelt. Es fehlt ihm nur noch das Bild der Mathematikerin Noether.

2.2.1

Er kauft sich ein Tütchen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sein Album nun voll wird ? (3 Punkte)

2.2.2

Wie viele Tütchen muss Bruno mindestens kaufen, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 80% das noch fehlende Klebebild erhält ?
(3 Punkte)

2.3

Christoph hat bereits 40 von 50 Klebebildern gesammelt. Er kauft ein Tütchen. Wie viele für ihn brauchbare Klebebilder kann er darin erwarten ?
Zeichnen Sie hierzu ein Baumdiagramm. (5 Punkte)

15 Punkte

Lösungen

2.1

$$P(A) = P(\text{dreimal Pythagoras}) = \left(\frac{1}{50}\right)^3 = \frac{1}{125000}$$

Anna benötigt noch 35 Klebebilder, daher gilt: $P(B) = \frac{35}{50} \cdot \frac{34}{50} \cdot \frac{33}{50} = 0,31416$

2.2.1

Das Album wird voll, wenn in dem Tütchen mindestens ein Bild der Mathematikerin Noether enthalten ist.

$$P(\text{mindestens ein Noether-Bild}) = 1 - P(\text{kein Noether-Bild}) = 1 - \left(\frac{49}{50}\right)^3 = 0,058808$$

2.2.2

Bruno kauft sich n Tütchen.

Es soll gelten: $P(\text{in mindestens einem Tütchen findet er das Klebebild}) > 0,8$

$$1 - P(\text{in keinem Tütchen findet er das Klebebild}) > 0,8$$

Aus 2.2.1 ergibt sich:

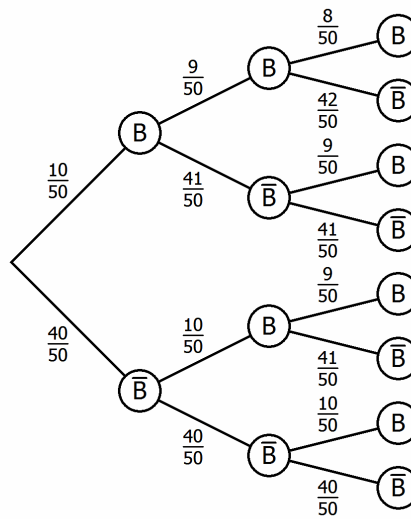
$$P(\text{in einem Tütchen findet sich kein Noether-Bild}) = 1 - 0,058808 = 0,9411912$$

$$\text{Somit soll gelten: } 1 - 0,9411912^n > 0,8 \Rightarrow 0,9411912^n < 0,2 \Rightarrow n \cdot \ln(0,9411912) < \ln(0,2)$$

$$\Rightarrow n > \frac{\ln(0,2)}{\ln(0,9411912)} \approx 26,6$$

Bruno muss mindestens 27 Tütchen kaufen.

2.3



B = brauchbares Klebebild

\bar{B} = unbrauchbares Klebebild

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der brauchbaren Klebebilder an.

$$P(X=0) = \left(\frac{40}{50}\right)^3 = 0,512 \quad P(X=1) = \left(\frac{10}{50}\right) \cdot \left(\frac{41}{50}\right)^2 + \frac{40}{50} \cdot \frac{10}{50} \cdot \frac{41}{50} + \left(\frac{40}{50}\right)^2 \cdot \frac{10}{50} = 0,39368$$

$$P(X=2) = \frac{10}{50} \cdot \frac{9}{50} \cdot \frac{42}{50} + \frac{10}{50} \cdot \frac{41}{50} \cdot \frac{9}{50} + \frac{40}{50} \cdot \frac{10}{50} \cdot \frac{9}{50} = 0,08856$$

$$P(X=3) = \frac{10}{50} \cdot \frac{9}{50} \cdot \frac{8}{50} = 0,00576$$

$$E(X) = 0 \cdot 0,512 + 1 \cdot 0,39368 + 2 \cdot 0,08856 + 3 \cdot 0,00576 = 0,58808$$

Christoph kann in einem Tütchen ca. 0,59 brauchbare Klebebilder erwarten.