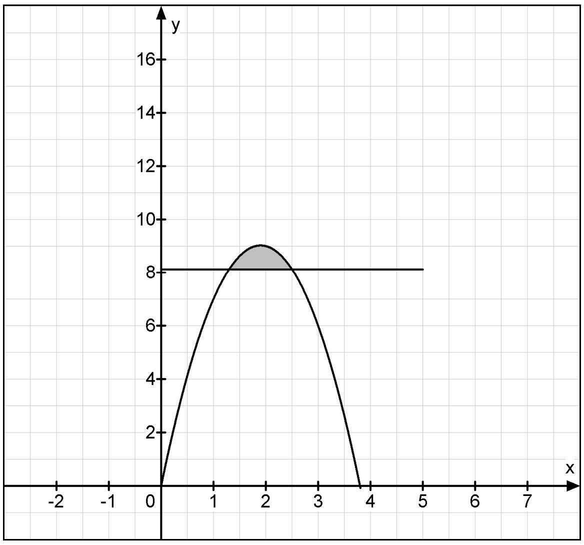
Abiturprüfung Mathematik 2008 (Baden-Württemberg)
Berufliche Gymnasien ohne TG – Anwendungsorientierte Aufgabe
Teil 3, Aufgabe 3

3



Bei den olympischen Spielen werden beim Diskuswerfen der Frauen Wurfscheiben der Masse 1 kg verwendet. Die Form solch einer Wurfscheibe (Diskus) lässt sich näherungsweise beschreiben durch ein Parabelstück, das um die x-Achse rotiert (siehe Skizze, alle Angaben in cm). Das Parabelstück liegt im ersten Quadranten und wird beschrieben durch die Gleichung

$$y = -\frac{5}{2}x \cdot \left(x - \frac{19}{5}\right).$$

3.1
Berechnen Sie den Durchmesser und die Dicke des Diskus.

(4 Punkte)

3.2
Welche mittlere Dichte hat der Diskus ?

(Für die mittlere Dichte ρ eines Körpers gilt: $\rho = \frac{m}{V}$, wobei m die Masse und V sein Volumen ist.)

(4 Punkte)

3.3
Um gute Flugeigenschaften und eine hohe Haltbarkeit zu erzielen, entwickelt ein Sportinstitut einen Diskus, bei dem die Kante aus Stahl (siehe Schraffur in der Skizze) und der Rest aus einem anderen Material besteht.
Im Querschnitt lässt sich die Stoffgrenze beschreiben durch eine Gerade mit der Gleichung $y = \frac{65}{8}$. Welchen Anteil an der Gesamtmasse der Wurfscheibe hat die Stahlkante, wenn 1 cm³ Stahl die Masse 7,86 g hat ?

Abiturprüfung Mathematik 2008 (Baden-Württemberg)
Berufliche Gymnasien ohne TG – Anwendungsorientierte Aufgabe
Teil 3, Lösung Aufgabe 3

3.1
Die Dicke des Diskus entspricht dem Abstand der beiden Nullstellen der Parabel.
Aus der Funktionsgleichung kann man die Nullstellen direkt ablesen:
$N_1(0/0)$ und $N_2(\frac{19}{5}/0)$.
Die Dicke des Diskus beträgt $\frac{19}{5} - 0 = 3{,}8$ cm.

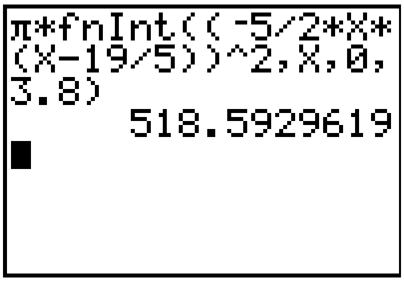
Der Durchmesser des Diskus ergibt sich aus dem y-Wert des Hochpunktes der Parabel.

Mit dem GTR ergibt sich als Hochpunkt HP(1,9/9,025).
Der Durchmesser des Diskus beträgt $d = 2 \cdot 9{,}025 = 18{,}05$ cm.

3.2

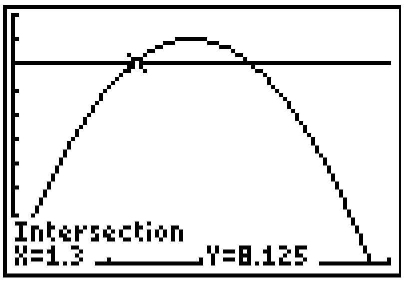
Zur Berechnung der mittleren Dichte ist das Volumen des Diskus zu ermitteln.

$$V = \pi \cdot \int_0^{3{,}8} f(x)^2 \, dx = 518{,}59 \text{ cm³ (GTR)}$$



Dichte $\rho = \frac{1000g}{518{,}59cm³} = 1{,}93 \frac{g}{cm³}$

3.3



Die waagrechte Gerade schneidet die Parabel an den Stellen x = 1,3 und x = 2,5

Das Volumen der Stahlkante berechnet sich durch

$$V_{Stahlkante} = \pi \cdot \int_{1,3}^{2,5} (f(x)^2 - \left(\frac{65}{8}\right)^2)dx = 38{,}39\,cm^3$$

Die Masse des Stahls beträgt $m_S = 38{,}39cm^3 \cdot 7{,}86 \frac{g}{cm^3} = 301{,}7\,g$.

Der Anteil an der Gesamtmasse beträgt $\frac{301{,}7}{1000} = 30{,}17\%$