

Abiturprüfung Mathematik 2005 (Baden-Württemberg)
Berufliche Gymnasien ohne TG – Anwendungsorientierte Aufgabe
Gruppe III, Aufgabe C

Komfortable Fahrradbeleuchtungen enthalten einen Kondensator. Dieser wird während der Fahrt aufgeladen. Im Stand betreibt er eine Leuchtdiode und wird dabei entladen.

Das Fahrrad hält zur Zeit $t = 0$ an, der Kondensator ist vollständig aufgeladen und die Entladung beginnt.

Der Zusammenhang zwischen Entladestrom und Zeit wird durch die Funktion I mit

$$I(t) = 5 \cdot e^{-0,08t} \quad \text{mit } t \geq 0$$

beschrieben.

Dabei bedeutet $I(t)$ die Stromstärke (in Milliampere) zur Zeit t (in Minuten).

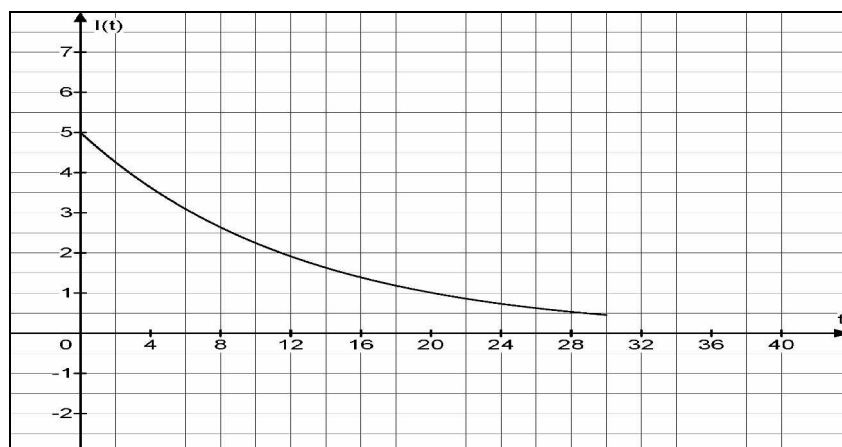
- a) Zeichne das Schaubild dieser Funktion für die ersten 30 Minuten.
 Berechne die momentane Änderungsrate der Stromstärke nach 10 Minuten.
(4 Punkte)

- b) Die Diode leuchtet nicht mehr, wenn die Stromstärke 1 Milliampere unterschreitet.
 Berechne die Leuchtdauer im Stand.
 Gib eine Gleichung einer Geraden an, welche die Entladung des Kondensators während der ersten fünf Minuten näherungsweise beschreibt.
 Welche Leuchtdauer ergibt sich mit dieser Näherung ?
 Welche Schlussfolgerung ziehst du daraus für die Qualität deiner Näherungsgeraden ?
(8 Punkte)

- c) Bestimme den Mittelwert der Stromstärke für die ersten 20 Minuten.
(3 Punkte)

Lösung Aufgabe C:

a)



Änderungsrate: $I'(t) = -0,4 \cdot e^{-0,08t}$

$$I'(10) = -0,1797$$

Das heißt, zum Zeitpunkt $t = 10$ Minuten nimmt die Stromstärke um 0,18 Milliampere pro Minute ab.

b) Bedingung: $5 \cdot e^{-0,08 \cdot t} > 1$

Mit GTR ergibt sich $t > 20,12$ Minuten.

Die Leuchtdauer im Stand beträgt damit ca. 20 Minuten.

Gleichung der Geraden für die ersten 5 Minuten:

Es gilt $I(0) = 5$ und $I(5) = 3,3516$.

Durch diese beiden Punkte $P(0/5)$ und $Q(5/3,3516)$ ergibt sich folgende Gerade:

$$m_g = \frac{3,3516 - 5}{5 - 0} = -0,33 \text{ und damit } y = -0,33 \cdot t + 5$$

Bedingung für die Leuchtdauer: $1 = -0,33 \cdot t + 5 \Rightarrow t = 12,1$ Minuten

Da die Leuchtdauer aus der Geradengleichung eine wesentlich kürzere Zeit im Vergleich zur Funktion $I(t)$ ergibt, ist die Näherungsgerade für die Beschreibung des Entladevorgangs ungeeignet.

$$\text{c) Mittelwert} = \frac{1}{20 - 0} \cdot \int_0^{20} I(t) dt = 2,49 \text{ Milliampere}$$