Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG)
Hauptprüfung 2009 Teil 2, Stochastik, Aufgabe 2
Baden-Württemberg

2
Es wird mit drei verschiedenen Polyedern gespielt:
- einem Tetraeder, beschriftet mit 1, 2, 3 und 4.
- einem Hexaeder (Würfel), beschriftet mit 1, 2, 3, 4, 5 und 6
- einem Oktaeder, beschriftet mit 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 und 8

Die drei Polyeder werden gleichzeitig geworfen.

2.1
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: Alle drei Polyeder zeigen die gleiche Zahl.
B: Genau zwei der drei Polyeder zeigen eine Eins. (4 Punkte)

2.2
Für einen Einsatz von 60 Cent darf ein Spieler die drei Polyeder einmal werfen. Die Anzahl der gewürfelten Einsen erhält er in Euro ausbezahlt.
Welchen Gewinn kann der Anbieter bei 100 Würfen erwarten ? (6 Punkte)

2.3
Die Augensumme ist die Summe der drei gewürfelten Zahlen.
Jemand behauptet, dass die Augensumme 6 häufiger auftritt als die Augensumme 15, weil die kleinen Zahlen auf den drei Polyedern häufiger vorkommen als die großen Zahlen.
Überprüfen Sie diese Behauptung.
(5 Punkte)

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG)
Hauptprüfung 2009 Teil 2, Stochastik, Lösung Aufgabe 2
Baden-Württemberg

2.1

Ereignis A tritt ein, wenn alle drei Polyeder dieselbe Zahl anzeigen.
Das heißt, alle drei zeigen entweder eine „1“ oder eine „2“ oder eine „3“ oder eine „4“.

$$P(111) = P(222) = P(333) = P(444) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{192}$$

P(A) = P(alle Polyeder zeigen dieselbe Zahl) = $4 \cdot \frac{1}{192} = \frac{1}{48}$

$$P(B) = P(\text{nur Tetraeder zeigt keine 1}) + P(\text{nur Würfel zeigt keine 1}) + P(\text{nur Oktaeder zeigt keine 1})$$

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{7}{8} = \frac{5}{64}$$

2.2

Der Spieler kann folgende Auszahlungen erhalten:

3 Euro bei 3 Einsern mit Wahrscheinlichkeit $P(111) = P(A) = \frac{1}{192}$

2 Euro bei 2 Einsern mit Wahrscheinlichkeit $P(B) = \frac{5}{64}$

1 Euro bei genau 1 Einser mit folgender Wahrscheinlichkeit:

P(nur Tetraeder zeigt eine 1) + P(nur Würfel zeigt eine 1) + P(nur Oktaeder zeigt eine 1)

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{7}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{8} = \frac{71}{192}$$

0 Euro bei keinem Einser mit der Wahrscheinlichkeit P(keine 1) = $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{8} = \frac{35}{64}$

Erwartete Auszahlung = $\frac{1}{192} \cdot 3 + \frac{5}{64} \cdot 2 + \frac{71}{192} \cdot 1 = 0{,}5417$ Euro
Pro Spiel gewinnt der Anbieter im Durchschnitt 0,60 – 0,5417 = 0,0583 Euro
Bei 100 Spielen ergibt sich ein erwarteter Gewinn des Anbieters von 5,83 Euro.

2.3

Um die Behauptung zu prüfen ist es erforderlich, alle möglichen Zahlenkombinationen darzustellllen, die zu einer Augensumme von 6 bzw. von 15 führen.

Augensumme 6:

Tetraeder	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4
Würfel	4	3	2	1	1	2	3	1	2	1
Oktaeder	1	2	3	4	3	2	1	2	1	1

Es gibt somit 10 verschiedene Kombinationen.
Da jeder Kombination die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{192}$ besitzt, wird die Augensumme 6 mit Wahrscheinlichkeit $10 \cdot \frac{1}{192} = \frac{5}{96}$ gewürfelt.

Augensumme 15:

Tetraeder	4	4	4	4	3	3	3	2	2	1
Würfel	6	5	4	3	6	5	4	6	5	6
Oktaeder	5	6	7	8	6	7	8	7	8	8

Es gibt somit 10 verschiedene Kombinationen.
Da jeder Kombination die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{192}$ besitzt, wird die Augensumme 15 mit Wahrscheinlichkeit $10 \cdot \frac{1}{192} = \frac{5}{96}$ gewürfelt.

Damit ist die Behauptung falsch, da man beide Augensummen mit derselben Wahrscheinlichkeit würfelt.