

Hauptprüfung Abiturprüfung 2014 (ohne CAS)

Baden-Württemberg

Anwendungsorientierte Aufgabe 2

Hilfsmittel: GTR, Formelsammlung

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

März 2014

2

In einem chemischen Experiment wird die Reaktionsgeschwindigkeit bei der Reaktion von Zink mit Salzsäure betrachtet. Man gibt Zink in verdünnte Salzsäure. Dabei entstehen unter anderem Zinkionen und Wasserstoff.

2.1

Die Konzentration der Zinkionen in Abhängigkeit von der Zeit wird näherungsweise durch die Funktion c beschrieben:

$$c(t) = 0,5 \cdot (1 - e^{-0,343t}); \quad t \geq 0.$$

t ist hierbei die Zeit in Minuten, $c(t)$ ist die Konzentration der Zinkionen in Mol pro Liter.

Die Reaktionsgeschwindigkeit (gemessen in $\frac{\text{mol}}{\text{l} \cdot \text{min}}$) ist die momentane Änderungsrate von c .

2.1.1

Zeichnen Sie das Schaubild von c für die ersten 12 Minuten.

Welchem Wert nähert sich die Konzentration im Laufe der Zeit an ?

(3 Punkte)

2.1.2

Geben Sie die maximale Reaktionsgeschwindigkeit an.

Die Messung wird abgebrochen, wenn die Reaktionsgeschwindigkeit unter $0,002 \frac{\text{mol}}{\text{l} \cdot \text{min}}$ gefallen ist.

Nach wie vielen Minuten ist dies der Fall?

(4 Punkte)

2.2

Bei dem Experiment wird der entstehende Wasserstoff in einem Standzylinder aufgefangen. Bei einer ersten Messung ergeben sich die folgenden Daten für die Zuwachsrate des Wasserstoffvolumens:

Zeit in min	1	2	3	4	5	6
Zuwachsrate in $\frac{\text{ml}}{\text{min}}$	13	10	6	4	3	2

2.2.1

Stellen Sie die Daten in einem Koordinatensystem dar.

Bestimmen Sie eine geeignete Näherungsfunktion für die Zuwachsrate des Wasserstoffvolumens in Abhängigkeit von der Zeit und bewerten Sie deren Güte.

(5 Punkte)

2.2.2

Die momentane Änderungsrate des Wasserstoffvolumens (in $\frac{\text{ml}}{\text{min}}$) wird durch die Funktion r

beschrieben: $r(t) = 19 \cdot e^{-0,343t}; \quad t \geq 0$

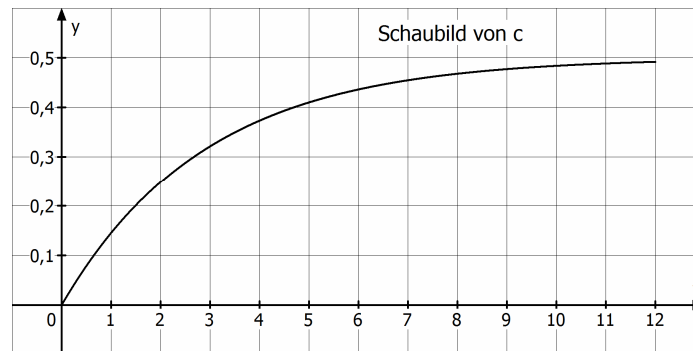
Wie viele Minuten dauert es, bis 50 ml Wasserstoff entstanden sind ?

(3 Punkte)

Lösungen

2.1.1

Zeichnen Sie das Schaubild von c für die ersten 12 Minuten.



Welchem Wert nähert sich die Konzentration im Laufe der Zeit an ?

Hier ist die Höhe der waagrechten Asymptote für $t \rightarrow +\infty$ gesucht.

Für $t \rightarrow +\infty$ strebt $e^{-0,343t} \rightarrow 0$.

Folglich strebt $c(t) \rightarrow 0,5 \cdot (1 - 0) = 0,5$; dies kann man auch aus dem Schaubild erkennen

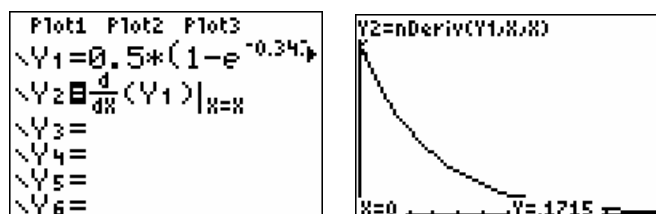
Ergebnis: Die Konzentration nähert sich im Laufe der Zeit dem Wert $0,5 \frac{\text{mol}}{\text{l} \cdot \text{min}}$

2.1.2

Geben Sie die maximale Reaktionsgeschwindigkeit an.

Da die Reaktionsgeschwindigkeit durch die momentane Änderungsrate $c'(t)$ beschrieben wird, ist das Maximum der Ableitungsfunktion $c'(t)$ gesucht.

Berechnung mit dem GTR:



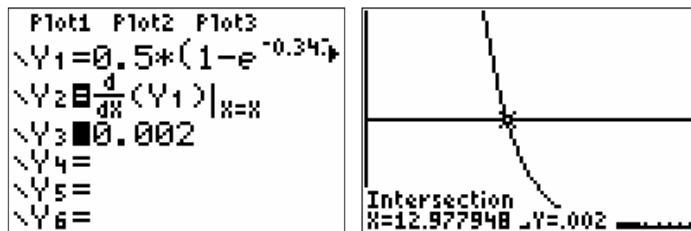
Die Ableitungsfunktion hat ihr Maximum an der Stelle $t = 0$ (also am Rand des Schaubildes).
Es ist $c'(0) = 0,1715$

Ergebnis: Die maximale Reaktionsgeschwindigkeit beträgt $0,1715 \frac{\text{mol}}{\text{l} \cdot \text{min}}$

Die Messung wird abgebrochen, wenn die Reaktionsgeschwindigkeit unter $0,002 \frac{\text{mol}}{\text{l} \cdot \text{min}}$ gefallen ist. Nach wie vielen Minuten ist dies der Fall?

Gesucht ist der Wert von t , für den gilt: $c'(t) < 0,002$

GTR:

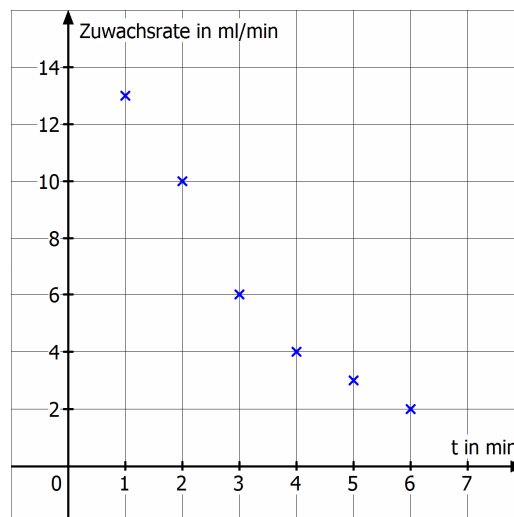


Für $t > 12,978$ gilt $c'(t) < 0,002$

Ergebnis: Die Messung wird nach ca. 13 Minuten abgebrochen.

2.2.1

Stellen Sie die Daten in einem Koordinatensystem dar.



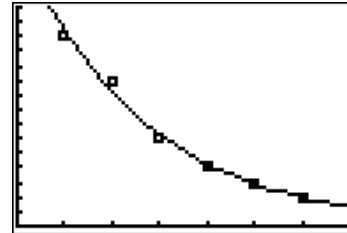
Bestimmen Sie eine geeignete Näherungsfunktion für die Zuwachsrate des Wasserstoffvolumens in Abhängigkeit von der Zeit und bewerten Sie deren Güte.

Mit Hilfe der Veranschaulichung kann man einen exponentiellen Zerfall für die Zuwachsrate unterstellen.

Die Näherungsfunktion wird mit Hilfe der Regressionsrechnung mit dem GTR ermittelt:

L1	L2	L3	1
1	13	-----	
2	10		
3	6		
4	4		
5	2		
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			
31			
32			
33			
34			
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			
47			
48			
49			
50			
51			
52			
53			
54			
55			
56			
57			
58			
59			
60			
61			
62			
63			
64			
65			
66			
67			
68			
69			
70			
71			
72			
73			
74			
75			
76			
77			
78			
79			
80			
81			
82			
83			
84			
85			
86			
87			
88			
89			
90			
91			
92			
93			
94			
95			
96			
97			
98			
99			
100			

ExpRes
 $y = a \cdot b^x$
 $a = 19.6327168$
 $b = .6823703746$



Ergebnis: Die Näherungsfunktion lautet $y = 19,633 \cdot 0,6824^t$

Bewertung: Aufgrund der guten Übereinstimmung des Kurvenverlaufs mit den gegebenen Punktkoordinaten kann diese Funktion als Näherungsfunktion für die Zuwachsrates verwendet werden.

Die Näherungsfunktion verläuft außerdem für $t \rightarrow \infty$ gegen 0, was man auch über das Verhalten der Zuwachsrates des Wasserstoffvolumens erwartet.

2.2.2

Wie viele Minuten dauert es, bis 50 ml Wasserstoff entstanden sind ?

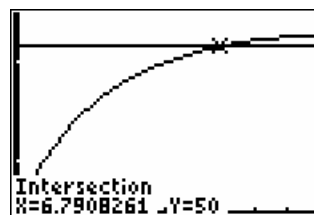
Die Wasserstoffmenge, die nach u Minuten vorhanden ist, wird durch das Integral

$$\int_0^u r(t) dt \text{ beschrieben.}$$

Gesucht ist nun die Zeit u , für die gilt: $\int_0^u r(t) dt = 50$

Lösung mit dem GTR:

Plot1 Plot2 Plot3
 $\backslash Y_1 = 19 * e^{-0.343X}$
 $\backslash Y_2 = \int_0^X (Y_1) dX$
 $\backslash Y_3 = 50$
 $\backslash Y_4 =$
 $\backslash Y_5 =$



Die Lösung ist $u = 6,79$.

Ergebnis: Es dauert 6,79 min, bis 50ml Wasserstoff entstanden sind.