

**Abiturprüfung Mathematik 2012 (Baden-Württemberg)**  
**Berufliche Gymnasien – Anwendungsorientierte Aufgabe**  
**Teil 3, Aufgabe 2**

2.1

Neusilber ist eine Legierung aus 63% Kupfer, 11% Nickel und 26% Zink.

Als Ausgangsstoffe für die Herstellung von Neusilber stehen alte Gedenkmünzen, altes Tafelsilber und Messing zur Verfügung.

Die Gedenkmünzen bestehen aus 62% Kupfer, 18% Nickel und 20% Zink.

Das Tafelbesteck besteht aus 60% Kupfer, 12% Nickel und 28% Zink.

Messing besteht aus 72% Kupfer und 28% Zink.

2.1.1 (4 Punkte)

Berechnen Sie, wie viel Kilogramm der drei Ausgangsstoffe jeweils eingesetzt werden müssen, um 20 kg Neusilber zu erhalten.

2.1.2 (3 Punkte)

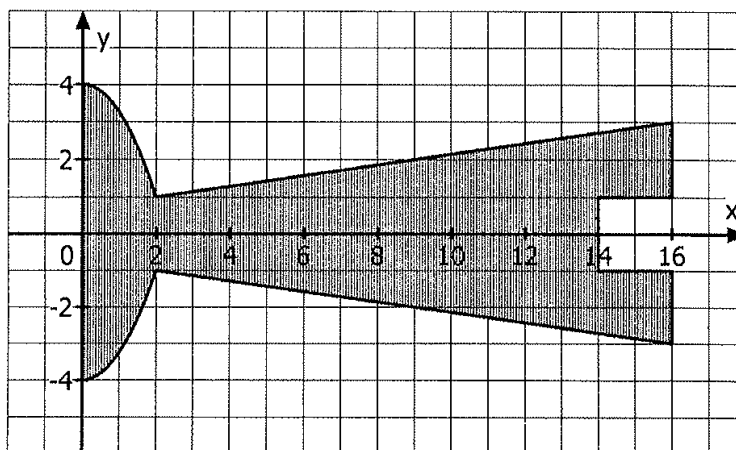
Es stehen nur 4 kg Gedenkmünzen zur Verfügung. Tafelbesteck und Messing sind in ausreichender Menge vorhanden.

Wie viel Neusilber kann damit hergestellt werden ?

2.2 (8 Punkte)

Für Kerzen mit einem Durchmesser von 2 cm soll aus Neusilber ein rotationssymmetrischer Kerzenständer hergestellt werden.

Die folgende Abbildung zeigt den Längsschnitt des Kerzenständers.



Der Rand des Längsschnittes besteht aus Geraden- und Parabelstücken.

Die Dichte von Neusilber beträgt  $8,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ .

Berechnen Sie den Bedarf an Neusilber für diesen Kerzenständer.

**Abiturprüfung Mathematik 2012 (Baden-Württemberg)**  
**Berufliche Gymnasien – Anwendungsorientierte Aufgabe**  
**Teil 3, Lösung Aufgabe 2**

2.1.1

Es werden folgende Variablen eingeführt:

$x_1$  = Menge der benötigten Gedenkmünzen in kg

$x_2$  = Menge des benötigten Tafelbestecks in kg

$x_3$  = Menge des benötigten Messings in kg

Aufgrund der Angaben in der Aufgabenstellung können folgende Gleichungen aufgestellt werden:

- 1.) Insgesamt werden 20 kg Neusilber benötigt:  $x_1 + x_2 + x_3 = 20$  kg
- 2.) Das Neusilber besteht aus  $0,63 \cdot 20 = 12,6$  kg Kupfer:  $0,62x_1 + 0,60x_2 + 0,72x_3 = 12,6$
- 3.) Das Neusilber besteht aus  $0,11 \cdot 20 = 2,2$  kg Nickel:  $0,18x_1 + 0,12x_2 = 2,2$
- 4.) Das Neusilber besteht aus  $0,26 \cdot 20 = 5,2$  kg Zink:  $0,2x_1 + 0,28x_2 + 0,28x_3 = 5,2$

Lösung des Gleichungssystems mit dem GTR:

$$x_1 = 5 \text{ kg} ; x_2 = \frac{65}{6} \text{ kg} ; x_3 = \frac{25}{6} \text{ kg}$$

Es werden 5 kg Gedenkmünzen sowie 10,83 kg Tafelbesteck und 4,17 kg Messing benötigt.

2.1.2

Nun ist  $x_1 = 4$  kg vorgegeben,

Dafür kennt man die Gesamtmenge des Neusilbers nicht, das nun mit  $x_4$  bezeichnet wird.

Aufgrund der Angaben in der Aufgabenstellung können folgende Gleichungen aufgestellt werden:

- 1.) „Kupfergleichung“:  $0,62 \cdot 4 + 0,60x_2 + 0,72x_3 = 0,63x_4$
- 2.) „Nickelgleichung“:  $0,18 \cdot 4 + 0,12x_2 = 0,11x_4$
- 3.) „Zinkgleichung“:  $0,2 \cdot 4 + 0,28x_2 + 0,28x_3 = 0,26x_4$

Lösung des Gleichungssystems mit dem GTR:

$$x_2 = \frac{26}{3} \text{ kg} ; x_3 = \frac{10}{3} \text{ kg} ; x_4 = 16 \text{ kg}$$

Somit kann mit 4 kg Gedenkmünzen insgesamt 16 kg Neusilber hergestellt werden.

## 2.2

Die Funktion im Bereich  $0 \leq x \leq 2$  stellt eine nach unten geöffnete Parabel mit Scheitelpunkt  $S(0/4)$  dar.

Allgemeiner Ansatz:  $f(x) = ax^2 + 4$

Mit dem Parabelpunkt  $P(2/1)$  folgt:  $1 = 4a + 4 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$

Die Parabelgleichung lautet  $f(x) = -0,75x^2 + 4$

Die Funktion im Bereich  $2 \leq x \leq 16$  stellt eine Gerade dar.

Allgemeiner Ansatz:  $y = m \cdot x + b$

Die Gerade enthält die Punkte  $P(2/1)$  und  $Q(16/3)$

Steigung der Gerade:  $m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{3 - 1}{16 - 2} = \frac{1}{7}$

Einsetzen des Punktes  $P(2/1)$ :  $1 = \frac{1}{7} \cdot 2 + b \Rightarrow b = \frac{5}{7}$

Die Geradengleichung lautet  $y = \frac{1}{7}x + \frac{5}{7}$

Berechnung des Rotationsvolumens:

$$V = \pi \cdot \int_0^2 (-0,75x^2 + 4)^2 dx + \pi \cdot \int_2^{16} \left( \frac{1}{7}x + \frac{5}{7} \right)^2 dx - V_{\text{Zylinder}}$$

$$\Rightarrow V = \pi \cdot 19,6 + \pi \cdot \frac{182}{3} - \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = \frac{1174}{15} \pi \approx 245,9 \text{ cm}^3$$

Die notwendige Masse an Neusilber beträgt  $245,9 \cdot 8,7 = 2139,33$  Gramm.