Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG, TG)
Hauptprüfung 2011 Teil 2, Stochastik, Aufgabe 2
Baden-Württemberg

2

14 farbige Kugeln sind auf zwei Urnen so verteilt, wie es die folgende Tabelle zeigt:

	Blau	Rot	Weiß
Urne 1	2	5	1
Urne 2	3	2	1

2.1
In einem Spielzug wird zunächst durch Werfen eines Würfels eine Urne bestimmt. Erscheint eine der Augenzahlen 1, 2, 3 oder 4, wird Urne 1 ausgewählt, bei 5 oder 6 wird Urne 2 ausgewählt.
Dann wird aus der ausgewählten Urne eine Kugel gezogen, ihre Farbe wird festgestellt und die Kugel wird zurückgelegt.

2.1.1 (4 Punkte)
Zeichnen Sie ein Baumdiagramm für einen Spielzug.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür , dass die gezogene Kugel rot ist.

2.1.2 (6 Punkte)
Es werden drei Spielzüge durchgeführt.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

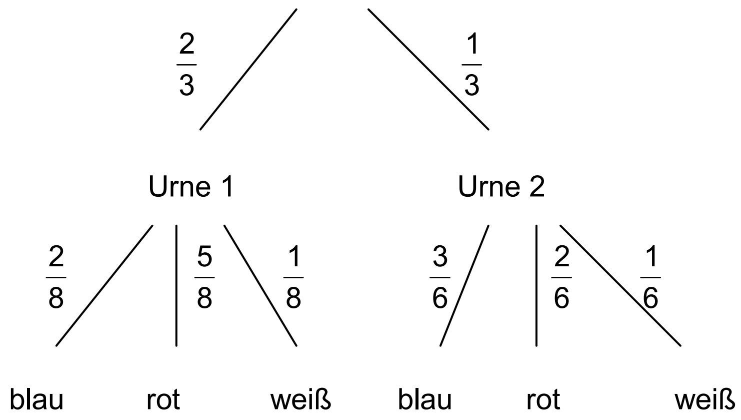
A: Genau zwei Kugeln sind rot.
B: Mindestens zwei Kugeln haben dieselbe Farbe.

2.2 (5 Punkte)
Max bietet Moritz folgendes Spiel an:
Moritz zahlt an Max einen Einsatz und zieht dann aus jeder Urne eine Kugel.
Zieht er zwei weiße Kugeln, erhält er von Max den zehnfachen Einsatz. Sind beide Kugeln blau, erhält er das Dreifache seines Einsatzes und bei zwei roten Kugeln das Doppelte seines Einsatzes. Bei verschiedenfarbigen Kugeln erhält er nichts.

Untersuchen Sie, ob der Einsatz von Moritz so gewählt werden kann, dass das Spiel fair ist.

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG, TG)
Hauptprüfung 2011 Teil 2, Stochastik, Lösung Aufgabe 2 Baden-Württemberg

2.1.1



Es gilt $P(\text{rot}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{6} = \frac{19}{36}$

2.1.2

$$P(A) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{19}{36}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{19}{36}\right)^1 \approx 0{,}395$$

B: Mindestens zwei Kugeln haben dieselbe Farbe
Gegenereignis $\overline{B}$: Alle drei Kugeln haben verschiedene Farben

Es gilt $P(\text{blau}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{3}$ und $P(\text{weiß}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$

$$P(\overline{B}) = 6 \cdot P(\text{rot,blau,weiß}) = 6 \cdot \frac{19}{36} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{36} = \frac{95}{648}$$

Der Faktor 6 entsteht dadurch, dass man die Farben rot, blau, weiß in 6 unterschiedlichen Arten sortieren kann.

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{95}{648} = \frac{553}{648}$$

2.2
Der Einsatz von Moritz sei x.
Das Spielt heißt dann fair, wenn die erwartete Auszahlung dem Einsatz entspricht.

Max zahlt 10x bei zwei weißen Kugeln. P(zweimal weiß) = $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{48}$

Max zahlt 3x bei zwei blauen Kugeln. P(zweimal blau) = $\frac{2}{8} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{8}$

Max zahlt 2x bei zwi roten Kugeln. P(zweimal rot) = $\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{6} = \frac{5}{24}$

Max zahlt 0 bei verschiedenfarbigen Kugeln. P(verschiedenfarbig) = $1 - \frac{1}{8} - \frac{5}{24} - \frac{1}{48} = \frac{31}{48}$

Der Erwartungswert der Auszahlung beträgt $10x \cdot \frac{1}{48} + 3x \cdot \frac{1}{8} + 2x \cdot \frac{5}{24} + 0 \cdot \frac{31}{48} = x$

Da der Einsatz von Moritz x beträgt, ist der Erwartungswert der Auszahlung (= x) genau so groß wie der Einsatz.

Damit spielt die konkrete Höhe des Einsatzes keine Rolle, das Spiel ist immer fair.