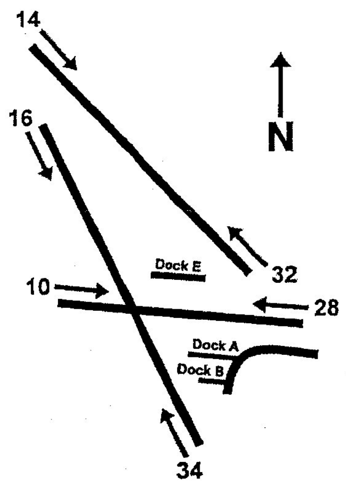
Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG, TG)
Hauptprüfung 2013 Teil 4, Vektorgeometrie, Aufgabe 1
Baden-Württemberg

1
Der Flughafen Zürich-Kloten besitzt drei Landebahnen, die jeweils in beiden Richtungen benutzt werden können. (siehe Abbildung)

Das Flughafengelände liegt in der x_1x_2-Ebene. Die x_1-Achse des Koordinatensystems zeigt nach Süden, die x_2-Achse nach Osten.
Die Landebahn 14 verläuft in Richtung des Vektors $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$.
Alle Ortskoordinaten sind in Meter angegeben.



Das Flugzeug F1 befindet sich im Landeanflug auf den Flughafen Zürich-Kloten.
Zum Zeitpunkt t = 0 fliegt es in 1200 m Höhe.
Der Verlauf des Landeanflugs wird durch folgende Geradengleichung dargestellt:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix}-14000\\-13000\\1200\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}50\\50\\-5\end{pmatrix}$$

Dabei ist t die Zeit in Sekunden.

1.1 (3 Punkte)
Bestimmen Sie die Strecke, die das Flugzeug F1 in einer Minute zurücklegt.

1.2 (5 Punkte)
Begründen Sie, dass der Landeanflug von F1 in Richtung der Landebahn 14 erfolgt.
Berechnen Sie, wann und in welchem Punkt das Flugzeug F1 landet.

1.3
Das Flugzeug F2 befindet sich ebenfalls im Landeanflug auf den Flughafen Zürich-Kloten. F2 befindet sich zum Zeitpunkt t = 0 im Punkt P(-23000/-22000/2100) und soll nach 7 Minuten im Punkt Q(-2000/-1000/0) landen.

1.3.1 (4 Punkte)
Welche Strecke muss das Flugzeug F2 bis zur Landung zurücklegen ?
Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden, die den Landeanflug von F2 beschreibt.

1.3.2 (3 Punkte)
Vergleichen sie die Landeanflüge der beiden Flugzeuge.

**Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG)
Hauptprüfung 2013 Teil 4, Vektorgeometrie, Lösung zu Aufgabe 1
Baden-Württemberg**

1.1

Einsetzen von t = 0 in die Gerade ergibt: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -14000 \\ -13000 \\ 1200 \end{pmatrix}$

Das Flugzeug befindet sich zum Zeitpunkt t = 0 im Punkt B(-14000/-13000/1200).

Einsetzen von t = 60 in die Gerade ergibt: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -11000 \\ -10000 \\ 900 \end{pmatrix}$.

Das Flugzeug befindet sich nach 1 Minute (60 Sekunden) im Punkt C(-11000/-10000/900).

Das Flugzeug legt in einer Minute folgende Strecke zurück:

$$\left|\overline{PQ}\right| = \left\|\begin{pmatrix} 3000 \\ 3000 \\ -300 \end{pmatrix}\right\| = \sqrt{3000^2 + 3000^2 + (-300)^2} \approx 4253{,}2 \text{ m} = 4{,}2532 \text{ km}$$

1.2

Die Landebahn 14 verläuft gemäß Aufgabenstellung in Richtung des Vektors $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Dieser Vektor hat die Eigenschaft, dass die x_1- und die x_2-Koordinate übereinstimmen.
Beim Richtungsvektor der Geradengleichung stimmt ebenfalls die x_1- und x_2-Koordinate überein, so dass der Landeanflug von F1 in Richtung der Landebahn 14 erfolgt.
Die negative x_3-Koordinate des Richtungsvektors der Geraden zeigt den Sinkflug des Flugzeugs.

Das Flugzeug hat den Boden erreicht, wenn die Gerade die x_1x_2-Ebene schneidet:

$x_3 = 0 \Rightarrow 1200 - 5t = 0 \Rightarrow t = 240$ Sekunden.

Einsetzen von t = 240 ergibt den Vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2000 \\ -1000 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Das Flugzeug landet nach 240 Sekunden (also 4 Minuten) im Punkt A(-2000/-1000/0).

1.3.1

Die gesuchte Strecke des Flugzeugs F2 entspricht der Länge der Strecke $\overline{PQ}$:

$$\left|\overrightarrow{PQ}\right| = \left|\begin{pmatrix} 21000 \\ 21000 \\ -2100 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{21000^2 + 21000^2 + (-2100)^2} = 29772{,}6\,\text{m} = 29{,}8\text{ km}$$

Gleichung der Gerade von F2: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -23000 \\ -22000 \\ 2100 \end{pmatrix} + \frac{t}{420} \cdot \overrightarrow{PQ}$ (t in Sekunden)

$$\Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} -23000 \\ -22000 \\ 2100 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \\ -5 \end{pmatrix}$$

1.3.2

Die Richtungsvektoren der beiden Landeanflugsgeraden sind identisch.
Damit sind die Landegeschwindigkeiten der Flugzeuge F1 und F2 identisch.
Das Flugzeug F2 fliegt ebenfalls die Landebahn 14 an.
Das Flugzeug F2 landet 180 Sekunden nach F1 im selben Punkt A(-2000/-1000/0).