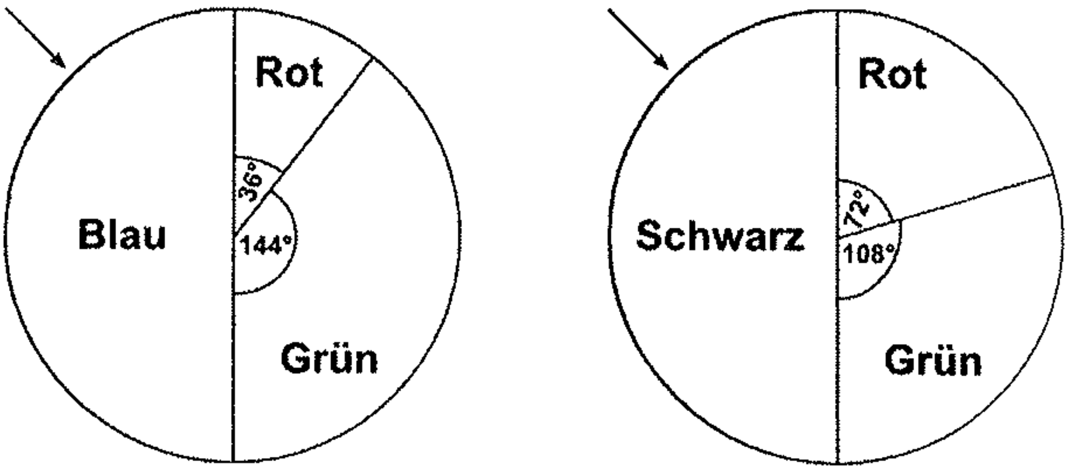
Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG, TG)
Hauptprüfung 2012 Teil 2, Stochastik, Aufgabe 1
Baden-Württemberg

1
Zwei Glücksräder sind in je drei verschiedenfarbige Sektoren eingeteilt (siehe Abbildung). Die Räder werden unabhängig voneinander in Drehung versetzt. Bei Stillstand zeigt ein Pfeil bei jedem Rad auf genau einen Sektor.



Rad 1 Rad 2

1.1 (7 Punkte)
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:
E_1: Beide Pfeile zeigen auf Rot
E_2: Es zeigt mindestens ein Pfeil auf Rot
E_3: Beide Pfeile zeigen auf verschiedene Farben.

1.2
Es wird folgendes Glücksspiel angeboten:
Der Spieler darf jedes Rad einmal in Drehung versetzen.
Zeigen die Pfeile auf die gleiche Farbe, so erhält der Spieler 1 €.
Zeigt ein Pfeil auf Blau und der andere auf Rot, so erhält der Spieler 3,50 €.
In allen anderen Fällen erhält er nichts.

1.2.1 (4 Punkte)
Welchen Einsatz muss der Spielanbieter verlangen, damit sein Gewinn pro Spiel durchschnittlich 50 Cent beträgt ?

1.2.2 (4 Punkte)
Wie oft muss ein Spieler mindestens spielen, damit die Wahrscheinlichkeit, dass er mindestens einmal eine Auszahlung von 3,50 € erhält, größer als 80% ist ?

**Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG, TG)
Hauptprüfung 2012 Teil 2, Stochastik, Lösung Aufgabe 1 Baden-Württemberg**

1.1

Für die einzelnen Räder gelten folgende Wahrscheinlichkeiten:

Rad 1:

$P(\text{Blau}) = \frac{180°}{360°} = \frac{1}{2}$ $\quad$ $P(\text{Rot}) = \frac{36°}{360°} = \frac{1}{10}$ $\quad$ $P(\text{Grün}) = \frac{144°}{360°} = \frac{2}{5}$

Rad 2:

$P(\text{Schwarz}) = \frac{180°}{360°} = \frac{1}{2}$ $\quad$ $P(\text{Rot}) = \frac{72°}{360°} = \frac{1}{5}$ $\quad$ $P(\text{Grün}) = \frac{108°}{360°} = \frac{3}{10}$

Nun können die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ereignisse berechnet werden:

$$P(E_1) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{50}$$

$$P(E_2) = 1 - P(\text{"kein Pfeil zeigt auf Rot"}) = 1 - \frac{9}{10} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7}{25}$$

$$P(E_3) = 1 - P(\text{"beide Pfeile zeigen auf gleiche Farben}) = 1 - (P(\text{rot,rot}) + P(\text{grün,grün}))$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10}\right) = \frac{43}{50}$$

1.2.1

Die Zufallsvariable X gibt die Auszahlung an den Spieler in Euro an.

Zunächst werden die Wahrscheinlichkeiten berechnet, mit denen der Spieler die einzelnen Auszahlungen erhält.

$$P(X = 1) = P(\text{rot,rot}) + P(\text{grün,grün}) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} = \frac{7}{50}$$

$$P(X = 3{,}50) = P(\text{blau,rot}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

Die erwartete Auszahlung an den Spieler beträgt $E(X) = 1 \cdot \frac{7}{50} + 3{,}50 \cdot \frac{1}{10} = 0{,}49$ Euro

Damit der Anbieter 50 Cent Gewinn macht, muss er als Einsatz
0,49 Euro + 0,50 Euro = 0,99 Euro = 99 Cent verlangen.

1.2.2

Es soll gelten: P(„bei n Spielen mindestens einmal 3,50 Euro“) > 0,8

$\Rightarrow 1-P(\text{"nach n Spielen niemals 3,50 Euro"}) > 0,8$

$\Rightarrow 1-\left(\frac{9}{10}\right)^n > 0,8$ (es gilt $P(X=3,50)=\frac{1}{10}$ und damit $P(X \neq 3,50)=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$)

$\Rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^n < 0,2$ (Ungleichheitszeichen dreht sich um !)

$\Rightarrow n \cdot \ln(0,9) < \ln(0,2) \Rightarrow n > \frac{\ln(0,2)}{\ln(0,9)} = 15,3$

(Ungleichheitszeichen dreht sich um, da ln(0,9) < 0 ist)

Der Spieler muss mindestens 16 mal spielen.