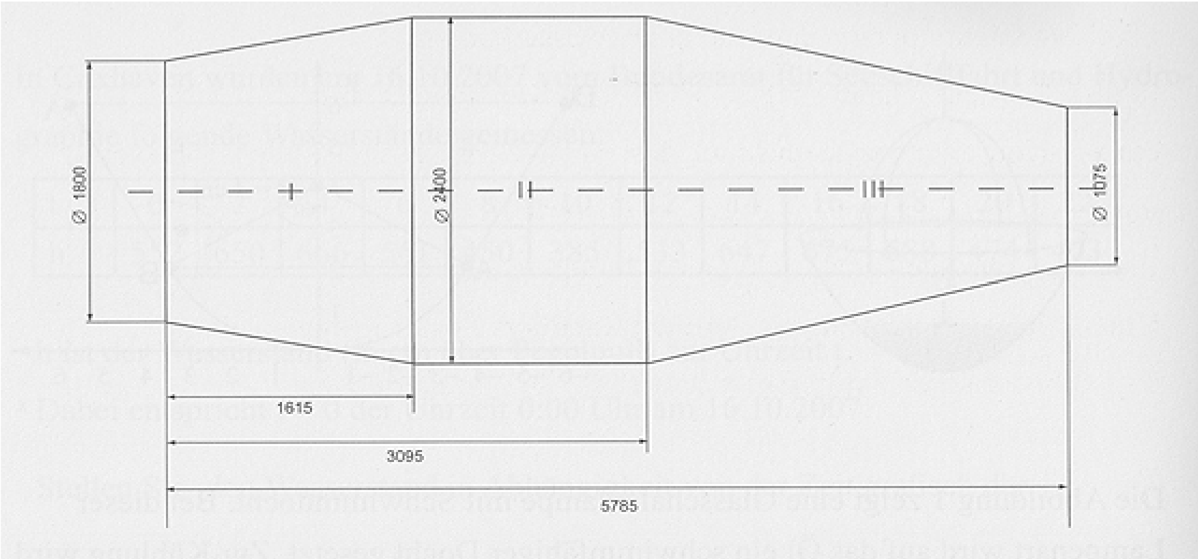
**Abiturprüfung Mathematik 2010 (Baden-Württemberg)**
**Berufliche Gymnasien – Anwendungsorientierte Aufgabe**
**Teil 3, Aufgabe 1**




1
Der oben dargstellte Plan ist der Längsschnitt der rotationssymmetrischen Mischtrommel eines Betonfahrmischers.
Die Maße sind in mm angegeben, die Auslauföffnung ist rechts.

1.1
Geben Sie eine abschnittsweise definierte Funktion an, die die obere Randkurve der Mischtrommel beschreibt. (4 Punkte)

1.2
Um wie viel Grad muss die Mischtrommel mindestens gekippt werden, damit die Trommel beim Reinigen leer laufen kann ? (2 Punkte)

1.3
Die Form der Trommel soll unter Beibehaltung der Rotationssymmetrie geändert werden. Segment I und Segment II werden zu einem Segment zusammengefasst, dessen Randkurve durch eine Parabel beschrieben werden soll. Dabei bleiben der Durchmesser am linken Rand sowie die Länge der Trommel gleich.
Der Übergang vom neuen Segment zum unveränderten Segment III soll knickfrei verlaufen.

1.3.1
Bestimmen Sie eine Gleichung der Parabel. (5 Punkte)

1.3.2
Der Hersteller lässt eine Befüllung der neuen Mischtrommel mit 12 m³ Beton zu.
Wie viel Prozent des Trommelvolumens können nicht genutzt werden ?
(4 Punkte)

**Abiturprüfung Mathematik 2010 (Baden-Württemberg)**
**Berufliche Gymnasien – Anwendungsorientierte Aufgabe**
**Gruppe III, Lösung Aufgabe 1**

1.1

Die x-Achse der Funktion entspricht der gestrichelten waagrechten Linie.

Die erste Gerade im Segment I beginnt im Punkt P(0/900) und endet in Q(1615/1200).
Die Steigung dieser Gerade beträgt $\frac{300}{1615} = \frac{60}{323}$
Die Geradengleichung lautet $y = \frac{60}{323}x + 900$

Die zweite Gerade im Segment II beginnt im Punkt Q(1615/1200) und endet in R(3095/1200).
Die Geradengleichung lautet y = 1200.

Die dritte Gerade im Segment III beginnt im Punkt R(3095/1200) und endet in S(5785/537,5)
Die Steigung dieser Gerade beträgt $\frac{537{,}5 - 1200}{5785 - 3095} = -\frac{265}{1076}$
Die Geradengleichung lautet $y = -\frac{265}{1076}x + c$
Punktprobe mit R: $1200 = -\frac{265}{1076} \cdot 3095 + c \Rightarrow c = 1962{,}2$

Die abschnittsweise definierte Funktion lautet: $f(x) = \begin{cases} \frac{60}{323}x + 900 : 0 \le x \le 1615 \\ 1200 : 1615 \le x \le 3095 \\ -\frac{265}{1076}x + 1962{,}2 : 3095 \le x \le 5785 \end{cases}$

1.2

Damit das Wasser beim Reinigen wieder leer laufen kann, muss die Gerade rechts unten, die die Steigung $m = +\frac{265}{1076}$ besitzt, mindestens waagrecht sein.
Der Steigungswinkel dieser Gerade (Winkel mit der x-Achse) beträgt
$\tan\alpha = \frac{265}{1076} \Rightarrow \alpha = 13{,}84°$

Die Mischtrommel muss mindestens um 13,84° gekippt werden.

1.3.1

Der Ansatz für die Parabelfunktion lautet $g(x) = ax^2 + bx + c$ mit $g'(x) = 2ax + b$

Folgende Bedingungen sollen gelten:

$g(0) = 900 \Rightarrow c = 900$ (Durchmesser am linken Rand bleibt gleich)

$g(3095) = 1200 \Rightarrow 3095^2 \cdot a + 3095b + c = 1200$ (knickfreier Übergang zu Segment III)

$g'(3095) = -\frac{-265}{1076} \Rightarrow 6190a + b = -\frac{265}{1076}$ (knickfreier Übergang zu Segment III)

Mit dem GTR ergibt sich als Lösung des Gleichungssystems:
a = -0,0001109 ; b = 0,44 ; c = 900

Die Parabelgleichung lautet $g(x) = -0{,}0001109x^2 + 0{,}44x + 900$

1.3.2

Volumen des Segments I und II:

$V_{1+2} = \pi \cdot \int_0^{3095} g(x)^2\,dx = 1{,}47674 \cdot 10^{10}$ mm³ = 14,767 m³ (mit dem GTR)

Volumen des Segments III: $V_3 = \pi \cdot \int_{3095}^{5785} \left( -\frac{265}{1076}x + 1962{,}2 \right) dx = 6{,}687$ m³

Das gesamte Volumen beträgt V = 14,767 + 6,687 = 21,5 m³.

Dies entspricht einem prozentualen Volumenanteil von $\frac{12}{21{,}5} = 0{,}56 = 56\%$, der genutzt werden kann bzw. von 44%, der nicht genutzt werden kann.