Hauptprüfung Abiturprüfung 2016 (ohne CAS)

Baden-Württemberg

Stochastik Aufgabe 1

Hilfsmittel: GTR, Formelsammlung

berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Mai 2016

1

Ein Jahrmarktbudenbesitzer bietet das Spiel "Entenangeln" an. Bei diesem Spiel angelt man drei Gummienten ohne Zurücklegen aus der Wanne mit 100 Gummienten. Die Enten unterscheiden sich nur durch eine farbige Markierung auf ihrer Unterseite, die der Spieler beim Angeln nicht erkennen kann. Laut Veranstalter ist die Markierung der Enten wie in folgender Tabelle:

Markierung	Rot	Blau	Grün	Gelb	Golden
Anzahl	50	30	15	4	1

1.1

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse für ein Spiel.

A: Es wird keine Ente mit roter Markierung gezogen.

B: Es werden drei gleich markierte Enten gezogen.

C: Jede der Farben rot, blau grün kommt einmal vor.

(5 Punkte)

1.2

Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, die golden markierte Ente zu angeln, im ersten Zug genauso groß wie im zweiten bzw. im dritten Zug ist.

(3 Punkte)

1.3

Je nach Farbe der Markierung erhält der Spieler Punkte, die anschließend addiert und gegen den Preis eingetauscht werden können. Für jede rot markierte Ente erhält der Spieler 10 Punkte, für jede blaue 20 Punkte, grün 50 Punkte, gelb 100 Punkte und für die golden markierte Ente gibt es 500 Punkte.
Wie viele Punkte kann ein Spieler beim Angeln der ersten Ente im Mittel erwarten ?

(3 Punkte)

1.4

Fanni hat viele Spiele beobachtet, in denen sich unter den jeweils drei gezogenen Enten niemals die golden markierte Ente befand.
Sie sagt:" Ich bin mir ziemlich sicher, dass die golden markierte Enten nicht in der Wanne ist, denn ich habe so viele Spiele beobachtet, dass diese Ente mit mehr als 80% Wahrscheinlichkeit in mindestens einem Spiel hätte gezogen werden müssen."
Wie viele Spiele hat Fanni mindestens beobachtet? (4 Punkte)

Lösungen

1.1

$$P(A) = P(\overline{rrr}) = \frac{50}{100} \cdot \frac{49}{99} \cdot \frac{48}{98} = \frac{4}{33}$$

$$P(B) = P(rrr) + P(bbb) + P(gr,gr,gr) + P(ge,ge,ge)$$

$$= \frac{50}{100} \cdot \frac{49}{99} \cdot \frac{48}{98} + \frac{30}{100} \cdot \frac{29}{99} \cdot \frac{28}{98} + \frac{15}{100} \cdot \frac{14}{99} \cdot \frac{13}{98} + \frac{4}{100} \cdot \frac{3}{99} \cdot \frac{2}{98} = 0{,}149$$

$$P(C) = P(r,b,gr) \cdot 3! = \frac{50}{100} \cdot \frac{30}{99} \cdot \frac{15}{98} \cdot 6 = 0{,}139$$

Hinweis: Der Faktor 3! ist erforderlich, weil es 3! verschiedene Möglichkeiten gibt, die Farben rot, blau und grün anzuordnen.

1.2

P(golden im ersten Zug) = $\frac{1}{100}$

P(golden im zweiten Zug) = P(nicht golden) $\cdot$ P(golden)= $\frac{99}{100} \cdot \frac{1}{99} = \frac{1}{100}$

P(golden im dritten Zug) = P(nicht golden) $\cdot$ P(nicht golden) $\cdot$ P(golden)= $\frac{99}{100} \cdot \frac{98}{99} \cdot \frac{1}{98} = \frac{1}{100}$

Damit ist gezeigt, dass die Wahrscheinlichkeiten gleich hoch sind.

1.3

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der erreichten Punkte des Spielers an.

$P(X = 10) = P(\text{rot}) = \frac{50}{100}$ $P(X = 20) = P(\text{blau}) = \frac{30}{100}$

$P(X = 50) = P(\text{grün}) = \frac{15}{100}$ $P(X = 100) = P(\text{gelb}) = \frac{4}{100}$

$P(X = 500) = P(\text{golden}) = \frac{1}{100}$

Erwartete Punkte: $E(X) = 10 \cdot \frac{50}{100} + 20 \cdot \frac{30}{100} + 50 \cdot \frac{15}{100} + 100 \cdot \frac{4}{100} + 500 \cdot \frac{1}{100} = 27{,}5$

Ein Spieler kann im Durchschnitt beim ersten Angeln 27,5 Punkte erwarten.

1.4

Wahrscheinlichkeit, dass de goldene Ente in einem Spiel (das aus 3 Ziehungen besteht) gezogen wird:

Gemäß Aufgabe 1.2 gilt:

P(goldene Ente wird in einem Spiel gezogen) =
P(goldene Ente wird beim ersten Mal gezogen)
+ P(goldene Ente wird beim zweiten Mal gezogen)
+ P(goldene Ente wird beim dritten Mal gezogen) = $\frac{1}{100}+\frac{1}{100}+\frac{1}{100}=0{,}03$

Daraus folgt: P(goldene Ente wird in einem Spiel nicht gezogen) = 1 - 0,03 = 0,97.

n sei die Anzahl der Spiele, die Fanni beobachtet hat.

Es gilt: P(goldene Ente wird in mindestens einem Spiel gezogen) > 0,8

$$\Rightarrow 1-\text{P(goldene Ente wird in keinem der n Spiele gezogen)} > 0{,}8$$

$$\Rightarrow 1-0{,}97^n > 0{,}8 \quad \Rightarrow 0{,}97^n < 0{,}2 \Rightarrow n\cdot\log(0{,}97) < \log(0{,}2) \Rightarrow n > \frac{\log(0{,}2)}{\log(0{,}97)} = 52{,}8$$

Fanni hat mindestens 53 Spiele beobachtet.