# Stochastik

## Die 4 Grundaufgaben bei der Binomialverteilung

### Gymnasium ab Klasse 10

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

November 2013

**Hinweis:**
Für die Aufgaben darf der GTR benutzt werden.

**Erste Grundaufgabe:** Wahrscheinlichkeiten für Trefferzahlen berechnen
Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man bei einer Bernoulli-Kette der Länge 20 und der Wahrscheinlichkeit 0,3

a) fünf Treffer
b) höchstens drei Treffer
c) weniger als acht Treffer
d) mindestens zehn Treffer
e) mehr als 15 Treffer
f) mindestens 8 und höchstens 12 Treffer ?

**Zweite Grundaufgabe:** Trefferzahlen berechnen
Ein Hersteller von Schrauben behauptet, dass mindestens 98% der Schrauben normgerechte Längen haben.
Ein Händler kontrolliert eine Schraubenlieferung mit einer Stichprobe vom Umfang 200 und findet k Schrauben mit nicht normgerechter Länge.
Die Lieferung soll zurückgewiesen werden, wenn die Wahrscheinlichkeit für mindestens k nicht normgerechte Schrauben in der Stichprobe höchstens 5% beträgt.
Ab welcher Anzahl k sollte er die Lieferung zurückweisen ?

**Dritte Grundaufgabe:** Trefferwahrscheinlichkeit p berechnen
Eine Glühlampe, die zufällig der Produktion entnommen wird, leuchtet einwandfrei mit der unbekannten Wahrscheinlichkeit p.
Jemand entnimmt zufällig 40 Glühlampen.
Mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% sollen mindestens 38 Glühlampen dieser Stichprobe einwandfrei sein.
Wie groß muss die Wahrscheinlichkeit p mindestens sein ?

**Vierte Grundaufgabe:** Länge n der Bernoullikette berechnen
Ein Zahnarzt weiß, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, bei einem Patienten Karies zu diagnostizieren, etwa 0,8 beträgt.
Wie viele Karteikarten muss man der Patientenkartei zufällig entnehmen, wenn dabei mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% drei oder mehr Patienten mit Kariesbefund sein sollen ?

**Übungsaufgabe:**
Statistische Untersuchungen ergaben, dass bei einer Produktion von Computerchips 1% fehlerbehaftet sind.

a) Wie viele Chips muss man mindestens überprüfen, damit die Wahrscheinlichkeit, darunter mindestens einen defekten Chip zu finden, größer als 90% ist ?

b) Aufgrund eines Gerätefehlers erhöht sich der Anteil der fehlerhaften Chips in der Produktion. Die Wahrscheinlichkeit, unter 50 untersuchten Chips mindestens zwei defekte zu finden, liegt jetzt bei etwa 80%.
Bestimme den Anteil der defekten Chips in dieser Produktion.
(Ergebnis in Prozent, auf eine Dezimale gerundet)

# Lösungen

Hinweis zu GTR-Befehlen mit Texas-Instruments:

Die Wahrscheinlichkeit P(X = k) wird mit dem Befehl binompdf(n;p;k) berechnet.

Die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq k)$ wird mit dem Befehl binomcdf(n;p;k) berechnet.

Hinweis zu GTR-Befehlen mit Casio:

Die Wahrscheinlichkeit P(X = k) wird mit dem Befehl bpd(k;n;p) berechnet.

Die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq k)$ wird mit dem Befehl bcd(k;n;p) berechnet.

**Erste Grundaufgabe:**
Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit n = 20 und p = 0,3.

a) $P(X = 5) = 0{,}179$

b) $P(X \leq 3) = 0{,}107$

c) $P(X < 8) = P(X \leq 7) = 0{,}7723$

d) $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) = 0{,}048$

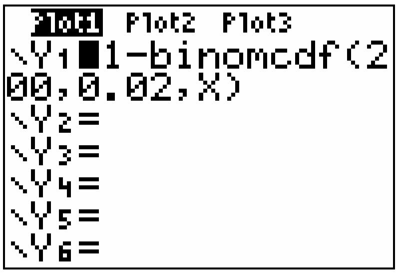
e) $P(X > 15) = 1 - P(X \leq 15) = 0{,}0000056$

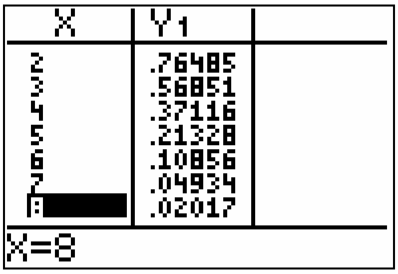
f) $P(8 \leq X \leq 12) = P(X \leq 12) - P(X \leq 7) = 0{,}9987 - 0{,}7723 = 0{,}2264$

**Zweite Grundaufgabe**
Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Schrauben mit nicht normgerechten Längen an.
X ist binomialverteilt mit n = 200 und $p \leq 0{,}02$.
Im Grenzfall darf p = 0,02 sein, daher wird mit dieser Trefferwahrscheinlichkeit weiter gerechnet.

Es soll nun gelten: $P(X \geq k) \leq 0{,}05$

$\Leftrightarrow 1 - P(X \leq k - 1) \leq 0{,}05$



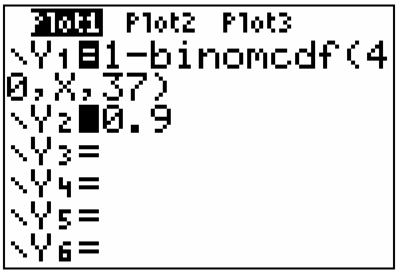



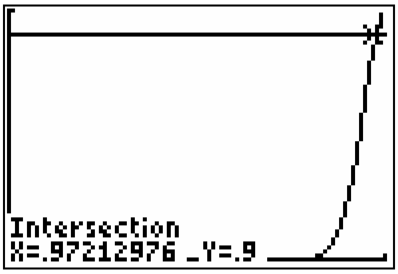

Gemäß der Wertetabelle gilt k-1 = 7, also k = 8.

Die Lieferung wird zurückgewiesen, wenn mindestens 8 Schrauben keine normgerechte Länge besitzen.

**Dritte Grundaufgabe:**
Die Zufallsvariable X ist die Anzahl der einwandfreien Glühlampen.
X ist binomialverteilt mit n = 40 und unbekannter Trefferwahrscheinlichkeit p.

Es soll gelten: $P(X \geq 38) \geq 0{,}9$
$1 - P(X \leq 37) \geq 0{,}9$

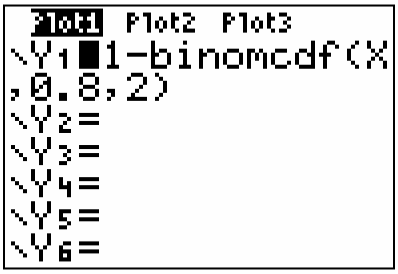


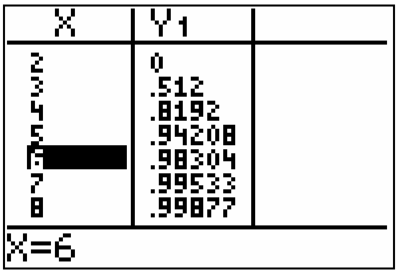




Es ist p = 0,972. Die Wahrscheinlichkeit für eine einwandfreie Glühlampe muss mindestens 97,2% betragen.

**Vierte Grundaufgabe:**
Die Zufallsvariable X ist die Anzahl der Patienten mit Karies.
X ist binomialverteilt mit unbekanntem n und p = 0,8.

Es soll gelten: $P(X \geq 3) \geq 0{,}95$
$\Leftrightarrow 1 - P(X \leq 2) \geq 0{,}95$



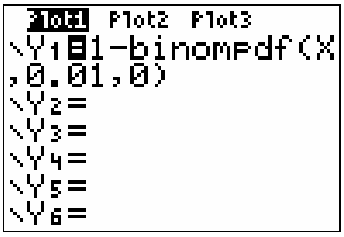



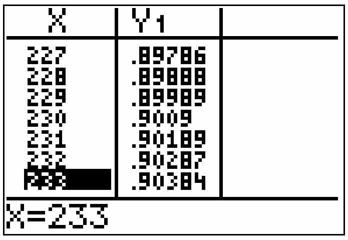

Man muss der Patientenkartei 6 Karteikarten entnehmen, damit die vorgegebene Wahrscheinlichkeit zutrifft.

**Übungsaufgabe:**

a) Die Zufallsvariable X sei die Anzahl der defekten Chips.
X ist binomialverteilt mit unbekanntem n und p = 0,01.

Es soll gelten: $P(X \geq 1) > 0,9$
$\Leftrightarrow 1 - P(X = 0) > 0,9$

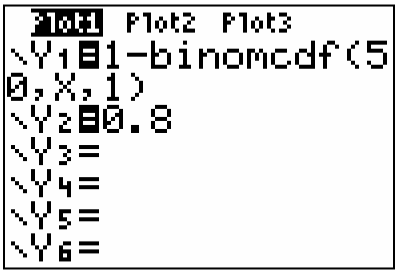


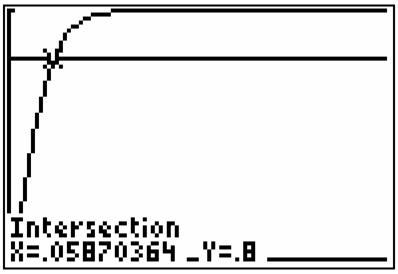




Es müssen mindestens 230 Chips überprüft werden.

b) Die Zufallsvariable X sei die Anzahl der defekten Chips.
X ist binomialverteilt mit n = 50 und unbekanntem p.

Es soll gelten: $P(X \geq 2) \approx 0,8 \quad \Leftrightarrow 1 - P(X \leq 1) \approx 0,8$




Der Anteil der defekten Chips liegt bei p = 0,059 = 5,9%.