Lösung zur Übungsaufgabe Wahlteil
Gebrochenrationale Funktionen

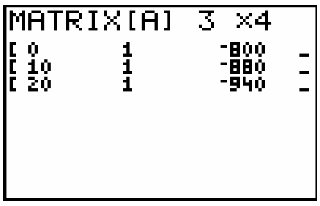
Es gilt:

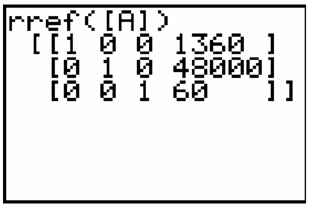
$$f(0)=800 \Rightarrow \frac{b}{c}=800 \Rightarrow b-800c=0$$

$$f(10)=880 \Rightarrow \frac{10a+b}{10+c}=880 \Rightarrow 10a+b=880(10+c) \Rightarrow 10a+b-880c=8800$$

$$f(20)=940 \Rightarrow \frac{20a+b}{20+c}=940 \Rightarrow 20a+b=940(20+c) \Rightarrow 20a+b-940c=18800$$

Das lineare Gleichungssystem kann mit Hilfe des GTR gelöst werden:

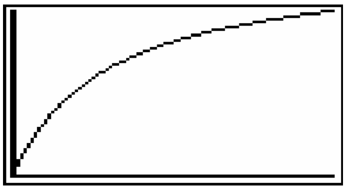




Als Lösungen ergeben sich somit a = 1360, b = 48000, c = 60

Also $f(x)=\frac{1360x+48000}{x+60}$

Schaubild:



Das Schaubild von f besitzt die waagerechte Asymptote $y=1360$.
Außerdem ist die Funktion streng monoton wachsend:

Nachweis: $f'(x)=\frac{1360(x+60)-(1360x+48000)\cdot 1}{(x+60)^2}=\frac{33600}{(x+60)^2}>0$

Also kann ein maximaler Ertrag von 1360 kg erzielt werden.

Ertrag bei ungedüngter Fläche: $f(0)=800$ kg.

1,5-fache von 800 kg = 1200 kg; also $1200=\frac{1360x+48000}{x+60}$

Lösung der Gleichung mit GTR: x = 150 kg.
Für den 1,5-fachen Ertrag benötigt man 150 kg Mineraldünger.

Es gilt $f(60)=1080$ kg. Tatsächlich werden nur 980 kg benötigt.

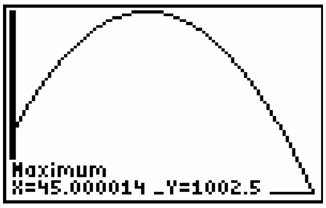
Prozentuale Abweichung: $\frac{1080}{980}=1{,}102$ also Abweichung von 10,2%

Ganzrationale Funktion 2.Grades mit Ansatz $g(x) = ax^2 + bx + c$

Bedingung: $g(0) = 800 \Rightarrow c = 800$

$$g(10) = 880 \Rightarrow 100a + 10b + 800 = 880 \Rightarrow 100a + 10b = 80$$
$$g(20) = 940 \Rightarrow 400a + 20b + 800 = 940 \Rightarrow 400a + 20b = 140$$

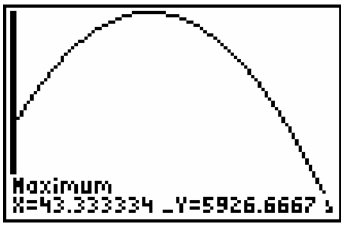
Aus dem Gleichungssystem ergibt sich a = -0,1 und b = 9: $g(x) = -0{,}1x^2 + 9x + 800$

:


Maximum des Ertrags für x = 45 kg mit einem Ertrag von 1002,5 kg.

Gewinn = Erlös – Kosten

$$= 6 \cdot g(x) - 2x = 6 \cdot (-0{,}1x^2 + 9x + 800) - 2x = -0{,}6x^2 + 52x + 4800$$



Der Gewinn mit maximal für x = 43,33 und der Gewinn beträgt 5926,67 Euro.