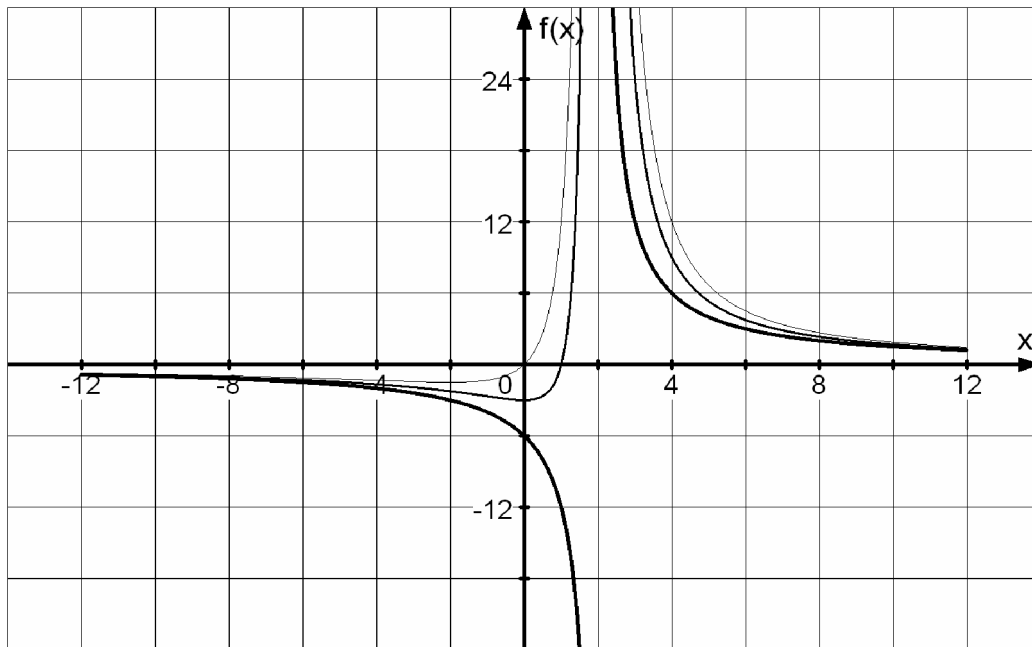


## Lösung zur Übungsaufgabe Wahlteil Gebrochenrationale Funktionen

a) Maximale Definitionsmenge:  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

dünne Kurve für  $t = 0$ ; normale Kurve für  $t = 1$ ; fette Kurve für  $t = 2$



Eigenschaften:

- Alle Schaubilder haben waagrechte Asymptote  $y = 0$
- Schaubilder haben für  $t \neq 2$  einen Pol ohne Vorzeichenwechsel und für  $t = 1$  einen Pol mit Vorzeichenwechsel
- Scharkurve hat Nullstelle  $N(t/0)$  für  $t \neq 2$  und für  $t = 2$  keine Nullstelle
- Schaubilder haben für  $t \neq 2$  einen Extrempunkt, für  $t = 2$  nicht.
- Schaubilder haben für  $t \neq 2$  einen Wendepunkt, für  $t = 2$  nicht.
- Schaubilder sind für  $t \neq 2$  nicht symmetrisch.

Rein anschaulich ist das Schaubild  $K_2$  symmetrisch zum Punkt  $P(2/0)$ .

Rechnerischer Nachweis:

Verschiebung des Schaubildes um 2 nach links, so dass das neue Schaubild symmetrisch zum Ursprung  $O(0/0)$  ist.

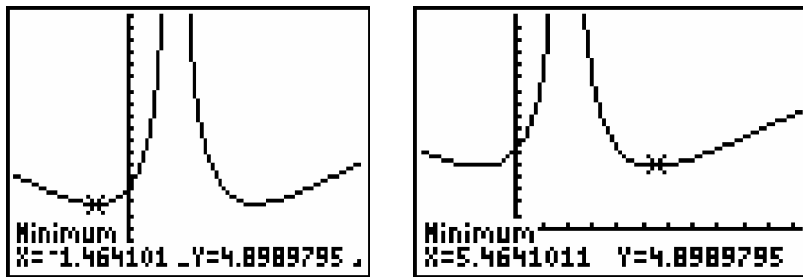
$$\text{Funktionsgleichung neues Schaubild: } g(x) = f_2(x+2) = \frac{12((x+2)-2)}{((x+2)-2)^2} = \frac{12x}{x^2} = \frac{12}{x}$$

Es gilt  $g(-x) = \frac{12}{-x} = -\frac{12}{x} = -g(x)$  also ist das Schaubild von  $g$  symmetrisch zum Ursprung. Somit ist das Schaubild von  $f$  symmetrisch zum Punkt  $P(2/0)$ .

Der Punkt auf dem Schaubild sei  $Q(u/f_2(u))$ .

$$\text{Abstand von } P(2/0) \text{ zu } Q(u/f_2(u)): \overline{PQ} = d(u) = \sqrt{(u-2)^2 + (f_2(u)-0)^2}$$

Das Minimum der Funktion  $d(u)$  ergibt sich mit Hilfe des GTR:



Es existiert bei  $x = -1,464$  und bei  $x = 5,464$  jeweils ein Minimum und 4,899 ist der jeweils minimale Abstand von  $K_2$ .

Der Punkt Q auf dem Schaubild lautet  $Q(-1,464/-3,464)$  bzw.  $Q(5/3,464)$ .

Beide Punkte liegen nicht auf der 1. Winkelhalbierenden  $y = x$ .

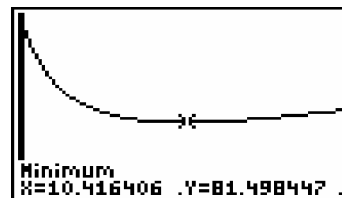
b) Kosten ohne Dämmschicht:  $H(0) = 6$  Euro

Ein Viertel der Kosten wäre 1,50 Euro:  $1,5 = \frac{18}{d+3} \Leftrightarrow 1,5(d+3) = 18 \Leftrightarrow d = 9$

Bei einer Dämmschicht von 9 cm betragen die Heizkosten ein Viertel der Kosten ohne Dämmschicht.

Gesamtkostenfunktion  $G(d)$  für 30 Jahre:

$$G(d) = K(d) + 30 \cdot H(d) = 10 + 3d + 30 \cdot \frac{18}{d+3} = 10 + 3d + \frac{540}{d+3}$$



Aus dem GTR-Schaubild ergeben sich für  $d = 10,42$  cm minimale Gesamtkosten in Höhe von 81,50 Euro pro  $m^2$ .

Gesamtkosten für 150  $m^2$ :  $81,50 \cdot 150 = 12.225$  Euro

Heizkosten ohne Dämmschicht:  $30 \cdot H(0) \cdot 150 = 30 \cdot 6 \cdot 150 = 27.000$  Euro

Also erfolgt eine Einsparung in Höhe von 14.775 Euro.