

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Aufgabensammlung

Aufgabe für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Analytische Geometrie	WTR

1 Aufgabe

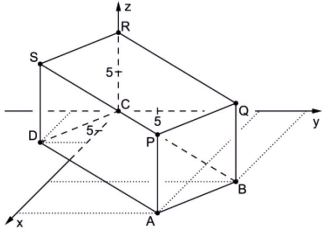
	BE
<p>In einem kartesischen Koordinatensystem ist der Quader ABCDPQRS mit $A(26 18 0)$, $B(18 24 0)$, $C(0 0 0)$, $D(8 -6 0)$ und $P(26 18 10)$ gegeben. ABCD ist die Grundfläche des Quaders.</p> <p>a Zeigen Sie, dass die Seitenfläche ABQP ein Quadrat ist.</p> <p>b Stellen Sie den Quader in einem Koordinatensystem grafisch dar.</p> <p>c Die Seitenfläche ABQP liegt in einer Ebene E. Ermitteln Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.</p> <p style="text-align: right;"><i>(zur Kontrolle: $E : 3x + 4y - 150 = 0$)</i></p> <p>d Die Seitenfläche CDSR liegt in einer Ebene F. Begründen Sie ohne zu rechnen, dass F durch die Gleichung $3x + 4y = 0$ beschrieben werden kann.</p> <p>Der Quader beschreibt modellhaft den Grundkörper eines Kunstwerks aus massivem Beton, der auf einer horizontalen Fläche steht. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 0,1 m in der Wirklichkeit.</p> <p>Der Grundkörper ist mit einer dünnen geradlinigen Bohrung versehen, die im Modell vom Punkt $G(17 8 10)$ der Deckfläche aus in Richtung des Punkts $H(20 10 4)$ der Seitenfläche DAPS verläuft. In der Bohrung ist eine gerade Stahlstange mit einer Länge von 1,4 m so befestigt, dass die Stange zu drei Vierteln ihrer Länge aus der Deckfläche herausragt und in einer Höhe von 0,9 m über der Deckfläche endet. Ihr Durchmesser wird im Modell vernachlässigt.</p> <p>e Bestimmen Sie im Modell die Koordinaten des Punkts, in dem die Stange in der Bohrung endet.</p>	<p>3</p> <p>3</p> <p>3</p> <p>2</p> <p>5</p>

- f Auf der Deckfläche des Grundkörpers steht ein Stahlzylinder mit einem Radius von 0,3 m und einer Höhe von 0,5 m. Der Mittelpunkt der Grundfläche des Zylinders ist im Modell der Punkt M. Beschreiben Sie, wie man im Modell rechnerisch überprüfen könnte, ob die Stange den Stahlzylinder am Rand seiner Deckfläche berührt, wenn die Koordinaten von M bekannt wären.

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe dar, in welchem Umfang und in welcher Form eine Lösung erwartet wird; nicht alle Lösungen sind dazu vollständig ausgeführt. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	$ \overline{AB} = \overline{AP} $ Als Seitenfläche eines Quaders ist ABQP ein Rechteck. Ein Rechteck mit zwei benachbarten Seiten gleicher Länge ist ein Quadrat.	3
b		3
c	$E: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + \lambda \cdot \overrightarrow{AB} + \mu \cdot \overrightarrow{AP}; \lambda, \mu \in \mathbb{R}$ Das daraus resultierende Gleichungssystem $\begin{array}{lll} \text{I} & x = 26 - 8\lambda & \text{II} \quad y = 18 + 6\lambda \quad \text{III} \quad z = 10\mu \end{array}$ liefert $E: 3x + 4y - 150 = 0$.	3
d	Die Ebene F ist parallel zur Ebene E. Eine Gleichung von F hat deshalb auch die Form $3x + 4y + r = 0$ mit $r \in \mathbb{R}$. Da F den Koordinatenursprung enthält, ist $r = 0$.	2
e	Es gilt: $ \overline{GH} = 7$, $\frac{1}{4} \cdot 1,4 \text{ m} = 0,35 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 0,7 \text{ m}$ Mittelpunkt der Strecke von G nach H: $(18,5 9 7)$	5
f	Man erhält den Mittelpunkt N der Deckfläche des Zylinders, indem man M um fünf Längeneinheiten in positive z-Richtung verschiebt. Anschließend bestimmt man die Koordinaten des Punkts L auf der Geraden durch G und H, dessen z-Koordinate um 5 größer ist als die von G, sowie den Abstand d von L und N. Genau dann, wenn sich $d = 3$ ergibt, berührt die Stange den Stahlzylinder am Rand seiner Deckfläche.	4
		20

3 Standardbezug

Teil-aufg.	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen ¹						Anforderungsbereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3	X	X	X			I				I		X		
b	3			X						I			X		
c	3	X		X							II			X	
d	2			X			II	II						X	
e	5	X	X	X				II	II		I			X	
f	4		X	X				III	III			III			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsschlüssel² vorgesehen, der angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

¹ Für jede Kompetenz, die bei der Bearbeitung der Teilaufgabe eine wesentliche Rolle spielt, ist der Anforderungsbereich (I, II oder III) eingetragen, in dem die Kompetenz benötigt wird.

² Der Bewertungsschlüssel ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.