Musterlösung **11. Jgst.** **1. Test** **Datum: 11.10.2005**

Klasse: GY 05 c **Fach: Mathematik (Kernfach)**

Thema: Funktionen, Lineare Funktionen, erweitertes Distributivgesetz

---

❶ **Erweitertes Distributivgesetz**

Multiplizieren Sie die Klammerterme aus:

(i) $(a-4)\cdot(a+3)$

<u>**Lösung:**</u> $(a-4)\cdot(a+3)=a^2-a-12$

(ii) $\left(-\frac{1}{3}a+2x\right)^2\cdot\left(9a^2-\frac{1}{4}x\right)$

<u>**Lösung:**</u>

$$\left(-\frac{1}{3}a+2x\right)^2\cdot\left(9a^2-\frac{1}{4}x\right)=\left(\frac{1}{9}a^2-\frac{4}{3}ax+4x^2\right)\cdot\left(9a^2-\frac{1}{4}x\right)$$

$$=a^4-\frac{1}{36}a^2x-12a^3x+\frac{1}{3}ax^2+36a^2x^2-x^3$$

Verwandeln Sie die Summen in Faktoren gem. binomischen Formeln:

(i) $25u^2-60uv+36v^2$

<u>**Lösung:**</u> $25u^2-60uv+36v^2=(5u-6v)^2$

(ii) $10a^4b^2-20a^3b^2+10a^2b^2$

<u>**Lösung:**</u>

$$10a^4b^2-20a^3b^2+10a^2b^2=10\left(a^4b^2-2a^3b^2+a^2b^2\right)=10\left(a^2b-ab\right)^2$$

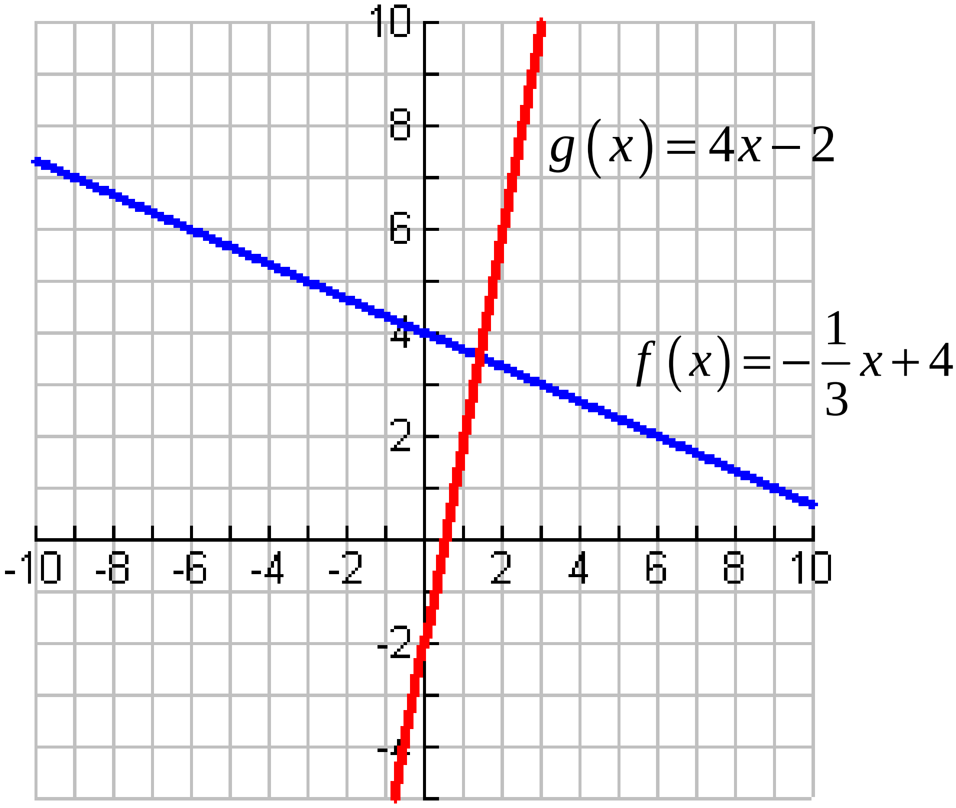
oder

$$10a^4b^2-20a^3b^2+10a^2b^2=10a^2b^2\left(a^2-2a+1\right)=10a^2b^2(a-1)^2$$

❷ **Zeichnen linearer Funktionen**

Zeichnen Sie die beiden Geraden in ein Koordinatensystem:

a) $f(x)=-\frac{1}{3}x+4$ b) $g(x)=4x-2$



❸ **Schnittpunkte von Geraden**

Ermitteln Sie den Schnittpunkt der beiden Geradengleichungen:

$f(x) = -\frac{1}{4}x + 1$ und $3x - \frac{1}{2}y = 2$

Lösung:

$$I.)\ f(x) = -\frac{1}{4}x + 1 \qquad und \qquad II.)\ 3x - \frac{1}{2}y = 2$$

$$Einsetzungsverfahren: \quad I.)\ in\ II.)$$

$$3x - \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{4}x + 1\right) = 2 \quad \Rightarrow \quad 3x + \frac{1}{8}x - \frac{1}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{25}{8}x = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{4}{5} \quad \Rightarrow \quad f\left(\frac{4}{5}\right) = -\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{5} + 1 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \quad S\left(\frac{4}{5} \,\middle|\, \frac{4}{5}\right)$$

❹ Geraden mit Parameter

Gegeben sei die Gerade $f_t(x) = tx + 2$

a) Geben Sie die orthogonale Gerade zu $f_t(x)$ an.

b) Für welchen Parameterwert **t** liegt der Punkt P (-1 / 3) auf der Geraden $f_t(x)$?

Lösung:

$$a)\quad f_t(x) = tx + 2 \xrightarrow{\text{orthogonal}} g_t(x) = -\frac{1}{t}x + 2$$

$$b)\quad f_t(-1) = (-1)t + 2 \overset{P(-1\,|\,3)}{=} 3 \quad\Rightarrow\quad t = -1$$

❺ Abstand und Mittelpunkt

Die drei Punkte A (1 / 3), B (5 / -1) und C (3 / 6) ergeben ein Dreieck.

a) Berechnen Sie die Geradengleichung der Seite $\overline{AC}$.

b) Ermitteln Sie den Abstand zwischen den Punkten A und C

c) Welche Steigung hat die Mittelsenkrechte der Seite $\overline{BC}$?

d) Prüfen Sie, ob das Dreieck in Punkt C einen rechten Winkel hat.

Lösung:

$$a)\quad I.)\quad 3 = m + b \qquad II.)\quad 6 = 3m + b \xrightarrow{II.)-I.)} 3 = 2m$$

$$\Rightarrow\quad m = \frac{3}{2} \quad\Rightarrow\quad b = \frac{3}{2} \quad\Rightarrow\quad g_{\overline{AC}} = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$b)\quad d = \sqrt{(3-1)^2 + (6-3)^2} \quad\Rightarrow\quad d = \sqrt{4+9} \quad\Rightarrow\quad d = \sqrt{13}$$

$$c)\quad m_{\overline{BC}} = \frac{6-(-1)}{3-5} \quad\Rightarrow\quad m_{\overline{BC}} = -\frac{7}{2} \xrightarrow{m_1 \cdot m_2 = (-1)} n_{\overline{BC}} = \frac{2}{7}$$

$$d)\quad m_{\overline{AC}} \cdot m_{\overline{BC}} = \frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{21}{4} \neq (-1) \quad\Rightarrow\quad \textit{nicht senkrecht in C}$$

❻ **Funktionen**

a) Warum ist die Vorschrift x = 3 keine Funktion?

b) Erläutern Sie, was man mathematisch unter einer Funktion versteht.

Lösung:

a) x = 3 ist ein Vertikale (Parallele zur y-Achse) und somit sind einem x-Wert (hier x = 3) unendlich viele y-Werte zugeordnet, was gegen die Eindeutigkeitsvorgabe einer Funktion verstößt.

b) Unter einer Funktion versteht man eine Vorschrift, bei der jedem Element aus der Menge X genau ein Element der Menge Y zugeordnet wird. Diese Zuordnung muss eindeutig sein.

❼ **Steigung von Funktionen**

(i) Geben Sie eine Funktion an, die

a) eine Steigung von 3 besitzt und durch den Punkt P (1 / 1) verläuft.

b) parallel zur Geraden $f(x) = -x + 2$ verläuft und durch den Ursprung geht.

c) parallel zur x-Achse verläuft und einen Abstand von 5 LE zur x-Achse besitzt.

Lösung:

$$a) \quad 1 = 3 \cdot 1 + b \quad \Rightarrow \quad b = -2 \quad \Rightarrow \quad f(x) = 3x - 2$$

$$b) \quad f(x) = -x$$

$$c) \quad f_1(x) = 5 \quad und \quad f_2(x) = -5$$

(ii) *Ein Sportreporter berichtet:*

„ ... im Startbereich hat die Sprungschanze ein Gefälle von 100 %. Für die Skispringer bedeutet das fast freien Fall. ... “

Nehmen Sie kurz Stellung zu dieser Meldung.

Lösung:

Ein freier Fall stellt eine Senkrechte dar, diese hat eine Steigung von „unendlich“.

Ein Gefälle von 100 % hingegen bedeutet einen Neigungswinkel von 45°.