Matrizenrechnungen: **Lineare Algebra und Analysis - ein Widerspruch???**

Gegeben sind die Matrix A_t und die Vektoren $\vec{b}_a$ und $\vec{c}_t$ durch

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & t^2 \\ -1 & t-1 & t+1 \\ 2 & t & 2 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{b}_a = \begin{pmatrix} a \\ a \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{c}_t = \begin{pmatrix} -0{,}5t \\ -t^2+t \\ -1+t \end{pmatrix} \quad ,$$

wobei $t \in \Re$ und $a \neq 1$ gelten.

Die Funktion f_a ist gegeben durch $f_a(t) = \left(\vec{b}_a\right)^T \bullet A_t \bullet \left(\vec{c}_t\right) - 2 + a + at^2$.

a) Zeigen sie, dass gilt: $f_a(t) = t^3 + (a - 1)\, t^2 + (a - 1)\, t$

b) Ermitteln und erläutern sie das Nullstellenverhalten der Funktion $f_a(t)$ in Abhängigkeit von a.

c) Bestimmen sie a so, dass der Wendepunkt der Funktion $f_a(t)$ auf der Abszisse liegt.

d) Für welche Werte von a existieren **zwei** Extremwerte?

e) Beweisen sie folgende Aussage:

$F_a(t) = \frac{1}{4} t^4 + \frac{1}{3} (a - 1)\, t^3 + \frac{1}{2} (a - 1)\, t^2 + c \quad$ mit $c \in \Re$

ist Stammfunktion von $f_a(t)$.

Matrizenrechnungen: **Lineare Algebra und Analysis - ein Widerspruch???**

Gegeben sind die Matrix A_t und die Vektoren $\vec{b}_a$ und $\vec{c}_t$ durch

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & t^2 \\ -1 & t-1 & t+1 \\ 2 & t & 2 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{b}_a = \begin{pmatrix} a \\ a \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{c}_t = \begin{pmatrix} -0{,}5t \\ -t^2+t \\ -1+t \end{pmatrix} \quad ,$$

wobei $t \in \Re$ und $a \neq 1$ gelten.

Die Funktion f_a ist gegeben durch $f_a(t) = \left(\vec{b}_a\right)^T \bullet A_t \bullet \left(\vec{c}_t\right) - 2 + a + at^2$.

a) Zeigen sie, dass gilt: $f_a(t) = t^3 + (a - 1)\, t^2 + (a - 1)\, t$

b) Ermitteln und erläutern sie das Nullstellenverhalten der Funktion $f_a(t)$ in Abhängigkeit von a.

c) Bestimmen sie a so, dass der Wendepunkt der Funktion $f_a(t)$ auf der Abszisse liegt.

d) Für welche Werte von a existieren **zwei** Extremwerte?

e) Beweisen sie folgende Aussage:

$F_a(t) = \frac{1}{4} t^4 + \frac{1}{3} (a - 1)\, t^3 + \frac{1}{2} (a - 1)\, t^2 + c \quad$ mit $c \in \Re$

ist Stammfunktion von $f_a(t)$.