

Arbeitsblatt: Matrizen & Vektoren

1.) Berechnen Sie aus den gegebenen Matrizen A, B und C folgende Ausdrücke:

$$A_{(3,2)} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B_{(3,2)} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \quad C_{(2,3)} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

a) $A + B + C^T$ b) $A^T + B^T + C$ c) $A - 2B + 3C^T$

2.) Beweisen Sie folgende Aussagen mit Hilfe der Matrizen aus 1.):

a) $A + B = B + A$ b) $A * B^T \neq B^T * A$

Für welche Matrizen würde der Fall b) gelten?

3.) Transponieren Sie und invertieren Sie wenn möglich folgende Matrizen:

a) $A_{(3,2)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \\ -8 & 1 \end{pmatrix}$ b) $B = (5)$ c) $C_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

4.) Bilden Sie das Matrizenprodukt für folgende Ausdrücke:

$$A_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad B_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad E_2$$

a) $A * B$ b) $B * A$ c) $B * C$ d) $C * B$
e) $E_2 * C$ f) $C * E_2$ g) $A * E_2$ h) $E_2 * A$

Welches mathematische Gesetz gilt bei der Multiplikation mit der Matrix E?

5.) Gegeben sind die Matrizen

$$A_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \quad C_{(2,2)} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \quad D_{(2,2)} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$$

Lösen Sie folgende Matrizengleichungen allgemein und mit Hilfe der obigen Matrizen:

a) $A + X - C = D$ b) $2 * X + A = 4 * X - B$

- 6.) Ein Unternehmen stellt aus drei Rohstoffen zwei Zwischenprodukte her, diese wiederum werden zu drei Endprodukten weiterverarbeitet.
Die Beziehungen zwischen den Produkten seien durch die Matrizen RZ und ZE gegeben.

Matrix RZ:

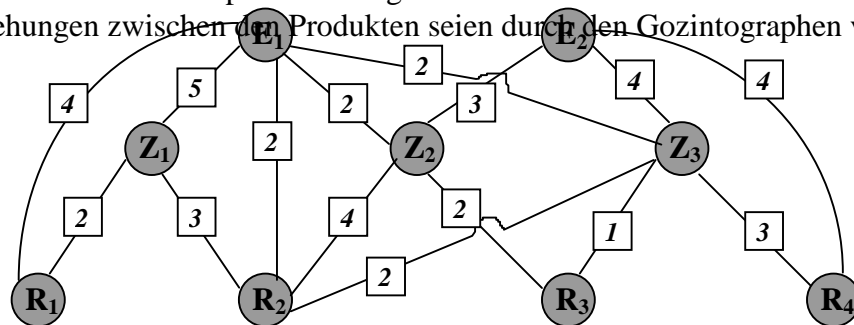
	Z_1	Z_2
R_1	1	5
R_2	3	0
R_3	7	4

Matrix ZE:

	E_1	E_2	E_3
Z_1	1	3	5
Z_2	0	2	1

- Stellen Sie die Gesamtproduktionsmatrix RE dar.
- Wieviel Mengeneinheiten Rohstoffe werden zur Herstellung von einer Einheit E_3 benötigt?
- Wieviel Mengeneinheiten Rohstoffe werden zur Herstellung von $E_1 = 100$, $E_2 = 10$ und $E_3 = 20$ benötigt?
Gesucht ist hierbei der Rohstoffvektor $(R_1; R_2; R_3)$.

- 7.) Ein Unternehmen stellt aus vier Rohstoffen drei Zwischenprodukte und zwei Endprodukte her, wobei die Rohstoffe nicht nur in die Zwischenprodukte sondern auch direkt in die Endprodukte eingehen.
Die Beziehungen zwischen den Produkten seien durch den Gozintographen vorgegeben:



- Ermitteln Sie die Anzahl der Rohstoffe R_1 bis R_4 , wenn von E_1 100 Einheiten und von E_2 200 Einheiten hergestellt werden sollen.
- Wieviel Rohstoffe R_1 bis R_4 würden benötigt, wenn keine Rohstoffe in die Endprodukte eingingen?

Das Geschäftsleben der Bauunternehmung „Lug & Trug“



Typ 1: Gut-und-Billig-Haus

Ein Bauunternehmen, das drei Haustypen anbietet, benötigt zu deren Herstellung Materialien und Arbeit gemäß der nachfolgenden Tabelle:

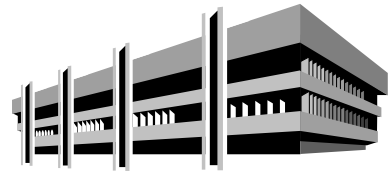


Typ 3: Nostalgia

	Holz	Eisen	Steine	Zement	Arbeit
Typ 1	3	2	5	1	8
Typ 2	2	4	7	1	10
Typ 3	4	5	1	1	6

Dabei entstehen entsprechende Faktorpreise für die Materialien bzw. Arbeit:

	Holz	Eisen	Steine	Zement	Arbeit
Preis	3	4	1	5	3



Typ 2: Betonblock

a) Wieviel kostet ein Gut-und-Billig-Haus?

b) Bestätigen Sie durch Rechnung, dass die Gesamtkostenfunktion für die Häuser wie folgt lautet:

$$K(x;y;z) = 51x + 64y + 56z$$

c) Als Alternative wird dem Bauunternehmen ein anderes Angebot unterbreitet:

	Holz	Eisen	Steine	Zement	Arbeit
Preis	2	5	1	4	3

Wie verändern sich dadurch die Herstellungspreise der Haustypen?

d) Wie groß ist der jeweilige Gewinn, wenn die Verkaufspreise für die Haustypen dem Vektor \vec{v} entsprechen

$$\vec{v} = (80 \quad 75 \quad 90)$$

und von jedem Haustyp je 20 Häuser verkauft werden.

Unterscheiden Sie dabei den Gewinn nach den Kostensituationen in b) und c).