

Arbeitsblatt: Matrizen & Vektoren

1.) Berechnen Sie aus den gegebenen Matrizen A, B und C folgende Ausdrücke:

$$A_{(3,2)} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B_{(3,2)} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \quad C_{(2,3)} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

a) $A + B + C^T$ b) $A^T + B^T + C$ c) $A - 2B + 3C^T$

2.) Beweisen Sie folgende Aussagen mit Hilfe der Matrizen aus 1.):

a) $A + B = B + A$ b) $A * B^T \neq B^T * A$

Für welche Matrizen würde der Fall b) gelten?

3.) Transponieren Sie und invertieren Sie wenn möglich folgende Matrizen:

a) $A_{(3,2)} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \\ -8 & 1 \end{pmatrix}$ b) $B = (5)$ c) $C_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

4.) Bilden Sie das Matrizenprodukt für folgende Ausdrücke:

$$A_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad B_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad E_2$$

a) $A * B$ b) $B * A$ c) $B * C$ d) $C * B$
 e) $E_2 * C$ f) $C * E_2$ g) $A * E_2$ h) $E_2 * A$

Welches mathematische Gesetz gilt bei der Multiplikation mit der Matrix E?

5.) Gegeben sind die Matrizen

$$A_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B_{(2,2)} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \quad C_{(2,2)} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \quad D_{(2,2)} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$$

Lösen Sie folgende Matrizengleichungen allgemein und mit Hilfe der obigen Matrizen:

a) $A + X - C = D$ b) $2 * X + A = 4 * X - B$

- 6.) Ein Unternehmen stellt aus drei Rohstoffen zwei Zwischenprodukte her, diese wiederum werden zu drei Endprodukten weiterverarbeitet.
Die Beziehungen zwischen den Produkten seien durch die Matrizen RZ und ZE gegeben.

Matrix RZ:

	Z ₁	Z ₂
R ₁	1	5
R ₂	3	0
R ₃	7	4

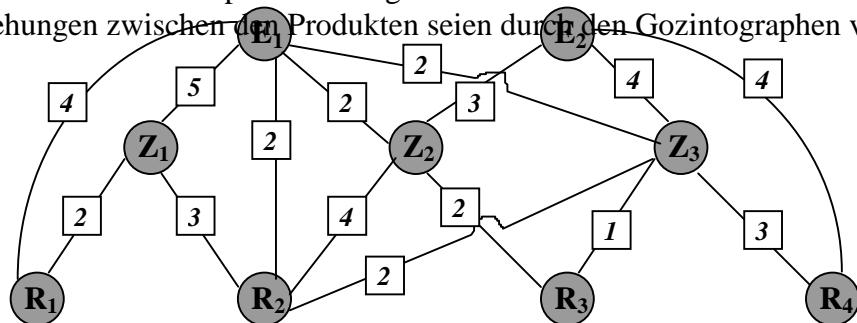
Matrix ZE:

	E ₁	E ₂	E ₃
Z ₁	1	3	5
Z ₂	0	2	1

- a) Stellen Sie die Gesamtproduktionsmatrix RE dar.
b) Wieviel Mengeneinheiten Rohstoffe werden zur Herstellung von einer Einheit E₃ benötigt?
c) Wieviel Mengeneinheiten Rohstoffe werden zur Herstellung von E₁ = 100, E₂ = 10 und E₃ = 20 benötigt?
Gesucht ist hierbei der Rohstoffvektor (R₁; R₂; R₃).

- 7.) Ein Unternehmen stellt aus vier Rohstoffen drei Zwischenprodukte und zwei Endprodukte her, wobei die Rohstoffe nicht nur in die Zwischenprodukte sondern auch direkt in die Endprodukte eingehen.

Die Beziehungen zwischen den Produkten seien durch den Gozintographen vorgegeben:



- a) Ermitteln Sie die Anzahl der Rohstoffe R₁ bis R₄, wenn von E₁ 100 Einheiten und von E₂ 200 Einheiten hergestellt werden sollen.
b) Wieviel Rohstoffe R₁ bis R₄ würden benötigt, wenn keine Rohstoffe in die Endprodukte eingehen?

Das Geschäftsleben der Bauunternehmung „Lug & Trug“



Typ 1: Gut-und-Billig-Haus



Typ 3: Nostalgia

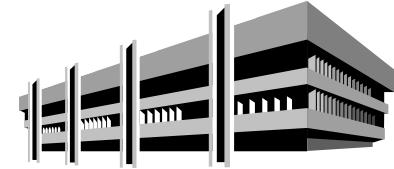
Ein Bauunternehmen, das drei Haustypen anbietet, benötigt zu deren Herstellung Materialien und Arbeit gemäß der nachfolgenden Tabelle:

	Holz	Eisen	Steine	Zement	Arbeit
Typ 1	3	2	5	1	8
Typ 2	2	4	7	1	10
Typ 3	4	5	1	1	6

Dabei entstehen entsprechende Faktorpreise für die Materialien bzw. Arbeit:

Preis	Holz	Eisen	Steine	Zement	Arbeit
3	4	1	5	3	

- a) Wieviel kostet ein Gut-und-Billig-Haus?



Typ 2: Betonblock

- b) Bestätigen Sie durch Rechnung, dass die Gesamtkostenfunktion für die Häuser wie folgt lautet:

$$K(x; y; z) = 51x + 64y + 56z$$

- c) Als Alternative wird dem Bauunternehmen ein anderes Angebot unterbreitet:

Preis	Holz	Eisen	Steine	Zement	Arbeit
2	5	1	4	3	

Wie verändern sich dadurch die Herstellungspreise der Haustypen?

- d) Wie groß ist der jeweilige Gewinn, wenn die Verkaufspreise für die Haustypen dem Vektor \vec{v} entsprechen

$$\vec{v} = (80 \ 75 \ 90)$$

und von jedem Haustyp je 20 Häuser verkauft werden.

Unterscheiden Sie dabei den Gewinn nach den Kostensituationen in b) und c).