

12. Jgst.

1. Test

Datum: 22.09.2023

Kurs M LK 1

Fach: Mathematik (Leistungsfach)

Thema: Summenzeichen; Ganzrat. Kurvenscharen;
Ortskurve; Ableitungen

Name:

Punkte:

Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Aufgabe 1: Summenzeichen

16

Bestimmen Sie die ersten drei und den letzten Summanden und ermitteln Sie die Summe.

a) $\sum_{k=1}^{10} 2k^3 - k^2 =$

b) $\sum_{k=1}^{1000} (-1)^{2k} =$

Schreiben Sie die Summen mit Hilfe des Summenzeichens

c) $1 + 4 + 9 + 16 + \dots + 100 + 121 + 144 =$

d) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{512} - \frac{1}{1.024} =$

Zusatzaufgabe:

6

Bestimmen Sie den Summenwert:

$\sum_{k=21}^{100} 4k =$

Aufgabe 2: Ableitungen

Bestimmen Sie jeweils die **erste Ableitung** zu folgenden Funktionen und vereinfachen Sie so weit wie möglich, so dass nur positive Exponenten resultieren.

$$\text{a) } f_k(x) = \frac{1}{2} k^4 x^n$$

$$\text{b) } f_k(x) = \frac{x^3 - x^2 k^2}{x}$$

$$\text{c) } f_k(x) = \frac{k^2}{x^n}$$

$$\text{d) } f_x(k) = \frac{k^2}{x^n}$$

Aufgabe 3: Kurvenuntersuchung

Gegeben sei folgende Funktion: $f_k(x) = \frac{1}{3}x^3 - (k+1)x$ mit $k > 0$

- Untersuchen Sie die Funktion auf Nullstellen.
- Zeigen Sie, dass die Funktion immer genau zwei Extrema besitzt und bestimmen Sie die Extremwertstellen.
- Bestimmen Sie die Ortskurve der Extrema.
- Berechnen Sie den Wendepunkt und begründen Sie, weshalb dieser die Strecke zwischen Hoch- und Tiefpunkt halbiert.
- Wie lang ist die Strecke zwischen Hoch- und Tiefpunkt für $k = 3$?
- Für welchen Wert von k liegt das Minimum an der Stelle $x = 4$?

Anlage:

1.) Summe der ersten n Zahlen:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

2.) Summe der ersten n Quadratzahlen:

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

3.) Summe der ersten n^3 Zahlen

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}$$