Kurs M LK 1/2

Fach: Mathematik (Leistungsfach)

Thema: Matrizen- und Determinantenrechnung; Lineare Gleichungssysteme

Name: Punkte: Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Aufgabe 1: Rechenoperationen mit Matrizen

16

Gegeben seien folgende Matrizen A, B und C:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad und \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Ergebnisse zu folgenden Aufgaben

$$2A+3B$$
 $C^T \cdot (B-A)$ $(B \cdot A^T)^2$

Aufgabe 2: Anwendung zu Grundrechenoperationen

8

Eine Großküche beliefert die Unternehmen (B)ertolini und (K)alkmeyer täglich mit den Menüs I, II und III gemäß angegebener Tabelle.

	Menü I	Menü II	Menü III
B	260	320	110
K	65	80	45

- a) Wie viele Menüs werden in einer Arbeitswoche an B und K ausgeliefert, wenn am Wochenende nicht gearbeitet wird?
- b) Jeden Freitag lässt die Großküche die ausgelieferten Menüs in den Unternehmen gegenzeichnen. Menü II kann kurzfristig für Gäste nachbestellt werden. Wie viele Essen wurden nachbestellt, wenn folgende Abrechnung für Menü II vorliegt?

$$Men\ddot{u}_{II} = \begin{pmatrix} 1.650 \\ 410 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3: Grundrechenoperationen

10

Gegeben sind die Matrizen A und B mit $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} a & 15 \\ b & c \end{pmatrix}$

Bestimmen Sie a, b, c und s so, dass gilt: $6 \cdot A - s \cdot B = O$

$$6 \cdot A - s \cdot B = C$$

18

Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Gleichungssysteme:

a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix}$$

a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix}$$
 b)
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & -5 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5: Determinanten

Ermitteln Sie den Wert der Determinanten der Matrizen:

10

a)
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2a \\ 4 & -3 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

a)
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2a \\ 4 & -3 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$
 b)
$$B = \begin{pmatrix} k & 1 & 4 & -3 \\ 0 & 3 & 2 & k \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k \end{pmatrix}$$

Aufgabe 6: Inverse ermitteln

16

Gegeben sei die Matrix $F = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & a & a^2 \end{bmatrix}$

- a) Für welche Werte von a ist die Matrix nicht invertierbar?
- b) Bestimmen Sie die Inverse zu F, wenn a = 3 gilt.

c) Rudi hat eine Inverse zur Matrix F ausgerechnet:
$$F^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie, dass diese Matrix nicht die Inverse sein kann.

Aufgabe 7: Matrizen darstellen

12

- a) Erstellen Sie ein 4x4-Matrix, für deren Elemente gilt: $a_{i,j} = \begin{cases} i & \textit{für} & i < j \\ 0 & \textit{für} & i = j \\ i & i = j \end{cases}$
- b) Welches Format hat die gegebene Matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -3 & -16 \\ 0 & 4 & 3 & \sqrt{2} \\ 6 & 0.5 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}$
- c) Nennen Sie die folgenden Zahlenwerte bzw. Werte der Elemente der Matrix A bzw. begründen Sie, weshalb diese nicht existieren:

$$a_{1,2}$$
 $a_{3,4}$ $a_{3,1}$ $a_{3,3}$ $a_{4,3}$