12. Jgst. **7. Test** **Datum: 17.04.2024**

Kurs M LK **Fach: Mathematik (Leistungsfach)**

Thema: **Übergangsprozesse und Stat. GG;**
LGS und Lösungsverhalten

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Name:	
Punkte:	Note:

Aufgabe 1: **Übergangsmatrix erstellen**

6	

Stellen Sie die im Text beschriebenen Übergänge in einer Übergangsmatrix mit folgender Struktur dar; (B)ahn – (S)chiff – (F)lugzeug

Ein Reisebüro bietet Reisen per Bahn, per Schiff und per Flug an. Über die letzten Jahre hinweg konnte das Reisebüro folgende Erfahrungswerte ermitteln:

Von den Reisenden, die per Bahn gereist sind, wählen 50% bei ihrer nächsten Reise wieder die Bahn, 30% steigen auf das Flugzeug und 20% steigen auf das Schiff um.

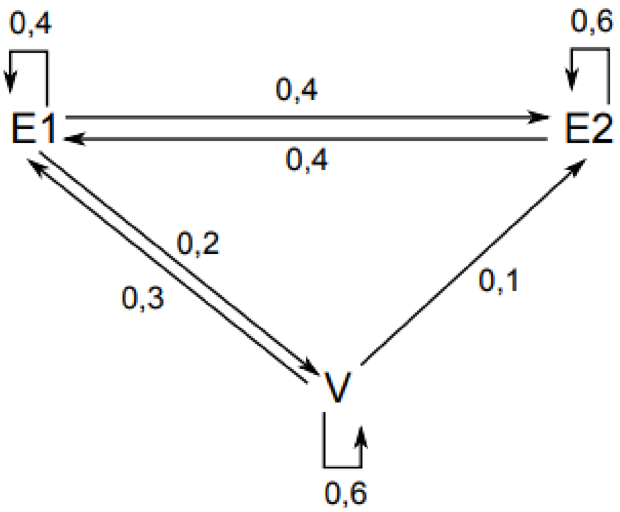
Von den Reisenden, die per Schiff gereist sind, wählen 60% wieder das Schiff. Die anderen 40% steigen bei ihrer nächsten Reise auf das Flugzeug um.

Von den Reisenden, die per Flug gereist sind, wählen 80% auch bei ihrer nächsten Reise das Flugzeug. 20% steigen auf die Bahn um.

Aufgabe 2: **Übergänge beschreiben und berechnen**

14	

In der Kantine einer Firma werden täglich drei Gerichte angeboten: Essen 1 (E1), Essen 2 (E2), sowie ein vegetarisches Menü (V).
Das Wahl-/Entscheidungsverhalten der Stammkunden der Kantine ist in folgender Graphik dargestellt:



a) Erstellen Sie die Übergangsmatrix U und den Zustandsvektor von Montag, an dem E1 und E2 gleich häufig gewählt wurden und 20 % vegetarisch gespeist haben.

b) Welche Verteilungen liegen an den Tagen Dienstag und Mittwoch vor?

c) Wie war das Essverhalten am Freitag, wenn man davon ausgehen kann, dass die Kantine am Wochenende geschlossen war?
Erläutern Sie das besondere Ergebnis.

Aufgabe 3: Übergänge darstellen

6	

Oh je – hier sind ein paar Werte der Übergangsmatrix verloren gegangen.
Vervollständigen Sie bitte die fehlenden Werte 😉

	A	B	C
A	$0,3$	0	$3c$
B	b	a	$9c$
C	$0,7$	a	$0,4$

Aufgabe 4: Statisches Gleichgewicht

12	

Bestimmen Sie auf Basis der gegebenen Übergangsmatrix das statische Gleichgewicht in

a) allgemeiner Form (mit z als freier Variablen)

b) in konkreten Werten (mit dem Ansatz, dass die Summe aus den drei Komponenten der Lösung den Wert 1 ergeben sollen.

$$U = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,4 & 0,1 \\ 0,2 & 0,4 & 0,5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5: Lineare Gleichungssysteme

22	

a) Was versteht man unter einem homogenen LGS?

b) Nennen Sie zwei Unterschiede zwischen homogenem und inhomogenem LGS.

c) Lineares Gleichungssystem I

Gegeben sei folgendes LGS: $A_k \cdot \vec{x} = \vec{b} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} k & 4 \\ -2 & k^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4k \\ 1 \end{pmatrix}$

i) Berechnen Sie Det(A)

ii) Ermitteln Sie die Lösung des LGS in Abhängigkeit von k
z.B. mit Hilfe der Cramer-Regel

iii) Für welche Werte von k ist A singulär (= nicht invertierbar)?

d) Lineares Gleichungssystem II

Gegeben sei folgendes LGS: $A_k \cdot \vec{x} = \vec{b} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} -1 & k & 1 \\ 0,5 & 2 & k \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

i) Für welche Werte von k hat das LGS eine mehrdeutige (unendliche) Lösung?

ii) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des LGS für k = 3.